МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

ЮЖНО-КАЗАХСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М.АУЭЗОВА

Кафедра «Физика для технических специальностей»

Пономаренко Е.В.

Сборник тезисов лекций по дисциплине «Физика 2» для студентов специальностей 5В073100 - Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды, 5В070800 – Нефтегазовое дело, 5В071200 – Машиностроение, 5В072400 – Технологические машины и оборудование (по отраслям), 5В073200 - Стандартизация, сертификация и метрология (по отраслям)

Шымкент - 2015 г.

УДК 378.6:530.1

Составитель: Пономаренко Е.В. Сборник тезисов лекций по дисциплине «Физика 2» для студентов специальностей 5В073100 - Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды, 5В070800 – Нефтегазовое дело, 5В071200 – Машиностроение, 5В072400 – Технологические машины и оборудование (по отраслям), 5В073200 - Стандартизация, сертификация и метрология (по отраслям). – Шымкент: Южно-Казахстанский государственный университет им. М.Ауэзова, 2015. – 80 с.

Сборник тезисов лекций составлен в соответствии с требованиями учебного плана, программой дисциплины и включает все необходимые сведения по изучению тем лекционных занятий курса.

Сборник тезисов лекций составлен в соответствии типовой, рабочей программе дисциплины, силлабусу, календарно-тематическому плану лекций. Сборник содержит: введение; тезисы лекций по модулям (тему и план лекции, краткое изложение ключевых моментов темы в виде тезисов, основные понятия, иллюстративный материал, задания для практического применения знаний, контрольные вопросы); заключение; список литературы.

Сборник тезисов лекций предназначен для студентов специальностей 5В073100 - Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды, 5В070800 – Нефтегазовое дело, 5В071200 – Машиностроение, 5В072400 – Технологические машины и оборудование (по отраслям), 5В073200 - Стандартизация, сертификация и метрология (по отраслям).

Рецензенты:
Сайдуллаева Н.С. – к.ф.-м.н., доцент, зав. кафедрой «Физика для ТС»
ЮКГУ им. М.Ауэзова,
Спабекова Р.С. – к.х.н., доцент, доцент кафедры «Физика для ТС»
ЮКГУ им. М.Ауэзова

Рассмотрено и рекомендовано к печати заседанием кафедры «Физика для ТС»
(протокол № ____ от «_____»_____2015 г.)
и методической комиссией факультета «Строительство и транспорт»
(протокол № ____ от «_____»_____2015 г.)

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом ЮКГУ им. М.Ауэзова, протокол № ____ от «____»_____2015 г.

© Южно-Казахстанский государственный университет им. М.Ауэзова, 2015 г.

Ответственный за выпуск: Пономаренко Е.В.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ 4
МОДУЛЬ 1 ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ОПТИКА 5
Лекция 2 Явление электромагнитной индукции 5
Лекция 3 Электромагнитные колебания и волны 11
Лекция 4 Понятие о лучевой (геометрической) оптике 17
Лекция 5 Интерференция световых волн 21
Лекция 6 Дифракция волн 25
Лекция 7 Электромагнитные волны в веществе 28
МОДУЛЬ 2. КВАНТОВАЯ, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА 36
Лекция 8 Тепловое излучение 36
Лекция 9 Экспериментальное обоснование основных идей квантовой теории . 40
Лекция 10 Атомная физика 43
Лекция 11 Корпускулярно-волновой дуализм 50
Лекция 12 Атомное ядро 54
Лекция 14 Ядерные реакции. Элементарные частицы 58
Лекция 14 Атом и молекула водорода в квантовой теории 62
Лекция 15 Элементы современной физики 66
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 69
ЛИТЕРАТУРА 70

ВВЕДЕНИЕ

Изучение курса физики, как основы теоретической подготовки инженеров, позволит: ориентироваться в огромном потоке современной научно-технической информации; грамотно и эффективно использовать научно-технические достижения в своей практической деятельности; получить фундаментальную подготовку в области физики, служащей основой теоретической подготовки инженеров, необходимой для освоения специальных дисциплин, таких как общая теплотехника, гидравлика, электротехника, основы промышленной электроники и др.; выработать приемы и навыки проведения экспериментальных исследований физических явлений, помогающих в дальнейшем решать конкретные инженерные задачи; развить интеллектуальные, творческие способности, и т.д.

При изучении дисциплины «Физика 2» решаются следующие задачи: приобретение знаний физических явлений, законов и теорий, а также границ их применимости; формирование навыков решения обобщенных типовых задач; практическое применение теоретических и экспериментальных методов физического исследования; развитие творческого и критического мышления, навыков самостоятельной познавательной деятельности, в том числе с использованием компьютера; выработка умений и навыков проведения экспериментальных исследований и обработки их результатов; формирование умения выделить конкретное физическое содержание в прикладных задачах будущей специальности, и т.д.

Лекционный комплекс по дисциплине «Физика 2» включает следующие компоненты: тему лекции; план лекции; краткое изложение основных, ключевых моментов по каждой теме дисциплины в виде тезисов; основные понятия; иллюстративный материал; задания для практического применения знаний по каждой теме лекции; контрольные вопросы; заключение; список литературы. Использование данного методического пособия поможет студентам в успешном изучении дисциплины.

МОДУЛЬ 1 ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ОПТИКА

Лекция 2 Явление электромагнитной индукции

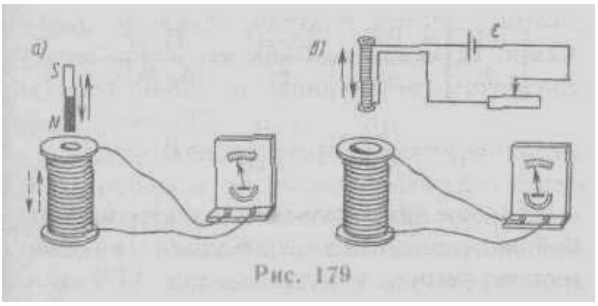
План лекции

1. Основной закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. Явление взаимо- и самоиндукции. Индуктивность. Энергия и плотность магнитного поля.

2.Ток смещения. Система уравнений Максвелла. Волновое уравнение. Скорость распространения электромагнитного возмущения.

Тезисы

1. Явление электромагнитной индукции (опыты Фарадея) (рис. 179). Если происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток; возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой электродвижущей силой электромагнитной индукции. ЭДС выражается в вольтах (В).



Закон Фарадея: ЭДС электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром $\boxed{\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$. Знак минус в формуле является математическим выражением правила Ленца - общего правила для нахождения направления индукционного тока.

Циркуляция вектора E_B этого поля по любому неподвижному контуру проводника представляет собой э.д.с. электромагнитной индукции $\boxed{\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = \xi_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$.

Явление электромагнитной индукции применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока. Для этой цели используются **генераторы,** принцип действия которых можно рассмотреть на примере плоской рамки, вращающейся в однородном магнитном поле (рис. 180). Предположим, что рамка вращается в однородном магнитном поле *(B*=const) равномерно с угловой скоростью ω=const. При вращении рамки в ней

будет возникать переменная э.д.с. индукции, изменяющаяся со временем по гармоническому закону $\xi_i = -\dfrac{d\Phi}{dt} = BSw\sin wt$

Максимальные значения э.д.с. $\boxed{\xi_i = \xi_{\max}\sin wt}$

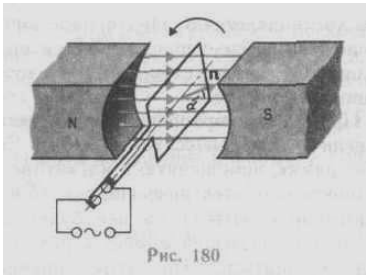


Рис. 180

Индуктивность – это физическая величина, характеризующая магнитные свойства электрической цепи. Индуктивность контура определяется магнитным потоком, сцепленным с контуром, когда ток, создающий этот поток, равен единице $\boxed{L = \dfrac{\Phi}{I}}$. Индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. Единица индуктивности - **генри** (Гн): 1 Гн=1 Вб/А=1В•с/А.

Индуктивность соленоида $\boxed{L = \mu\mu_0 \dfrac{N^2 S}{l}}$.

Из закона Фарадея следует, что *любое* изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции и вследствие этого появляется индукционный ток. При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться э.д.с. Возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией. Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется, то L=const и $\boxed{\xi_S = -L\dfrac{dI}{dt}}$, где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к *замедлению изменения* тока в нем. Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

Работа по созданию магнитного потока Ф $\boxed{A = \dfrac{LI^2}{2}}$.

Энергия магнитного поля $\boxed{W = \dfrac{LI^2}{2}}$.

Однородное магнитное поле внутри длинного соленоида $\boxed{W = \dfrac{B^2}{2\mu\mu_0}V = \dfrac{BH}{2}V}$.

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому

энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной объемной плотностью $\boxed{w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}}$ Н

Наличие индуктивности в цепи приводит к замедлению исчезновения или установления тока в цепи. Сила тока при размыкании цепи убывает по экспоненциальному закону $I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, где $\tau = \frac{L}{R}$ - постоянная, называемая временем релаксации - время, в течение которого сила тока уменьшается в е раз. Таким образом, в процессе отключения источника э.д.с. сила тока убывает по экспоненциальному закону и определяется кривой *1* на рис. 183.

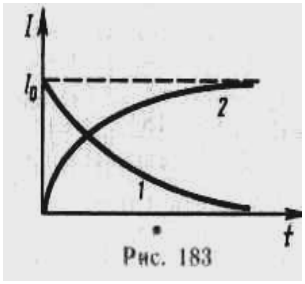


Рис. 183

ЭДС самоиндукции при размыкании цепи $\xi_S = \frac{R}{R_0}\xi e^{-\frac{R}{L}t}$

Таким образом, в процессе включения источника э.д.с. нарастание силы тока в цепи определяется кривой *2* на рис. 183. Скорость нарастания тока определяется тем же временем релаксации, что и убывание тока. Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление.

Сила тока при замыкании цепи $\boxed{I = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$ Необходимо учитывать, что контур, содержащий индуктивность, нельзя резко размыкать, так как это может привести к пробою изоляции.

Взаимная индукция – это явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом. Рассмотрим два неподвижных контура, расположенных достаточно близко друг от друга (рис. 184). Если в контуре *1* течет ток I_1, то магнитный поток, создаваемый этим током (поле, создающее этот поток, на рисунке изображено сплошными линиями), пропорционален I_1.

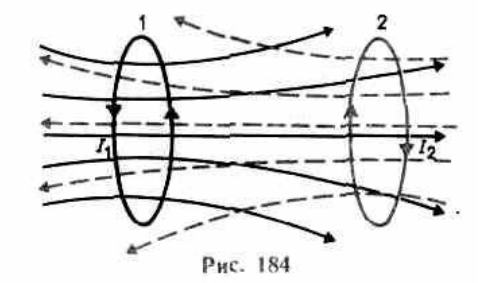


Рис. 184

Если ток I_1 изменяется, то в контуре *2* индуцируется э.д.с. ξ_{i2}, которая по закону Фарадея равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{21}, созданного током в первом контуре и пронизывающего второй:

$$\boxed{\xi_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L\frac{dI_2}{dt}}$$

Аналогично, при протекании в контуре *2* тока I_2 магнитный поток (его поле изображено на рис. 184 штриховой линией) пронизывает первый контур.

Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник $L = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S$

2. Гипотеза Максвелла: всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре. По Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле $\mathbf{E}_B$, циркуляция которого $\boxed{\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}}$, где символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл $\boxed{\int_S \vec{B} d\vec{S}}$ является функцией только от времени. Сравнение циркуляции векторов напряженности электростатического поля (обозначим его $\mathbf{E}_Q$) вдоль любого замкнутого контура равна нулю $\boxed{\oint_L \vec{E}_Q d\vec{l} = 0}$. Следовательно, электрическое поле $\mathbf{E}_B$, возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле, является *вихревым*.

Идея о симметрии во взаимозависимости электрического и магнитного полей
Согласно Максвеллу, если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля. Ток смещения введен Максвеллом для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем.

Плотность тока смещения $\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ Ток смещения (в вакууме или веществе) создает в окружающем пространстве магнитное поле. В диэлектриках ток смещения состоит из двух слагаемых. Плотность тока смещения в диэлектрике $\vec{j}_{см} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ можно получить, если продифференцировать формулу для электрического смещения $\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$. Плотность тока поляризации $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ обусловлена упорядоченным движением электрических зарядов в диэлектрике (смещение зарядов в неполярных молекулах или поворот диполей в полярных

молекулах). Возбуждение магнитного поля токами поляризации правомерно, т.к. токи поляризации по своей природе не отличаются от токов проводимости.

По Максвеллу, полный ток всегда замкнут, т.е. на концах проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости

$\vec{j}_{полн} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ Полный ток - поток вектора плотности полного тока $I_{полн} = \int_S \vec{j}_{полн} d\vec{S}$

Теорема о циркуляции вектора Н (циркуляция вектора Н по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых данным контуром) $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$ Обобщенная теорема о циркуляции вектора Н $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}$.

Полная система уравнений Максвелла в интегральной форме

$$\boxed{\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}} \quad \boxed{\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}} \quad \boxed{\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV} \quad \boxed{\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0}$$

Электрическое поле может быть как потенциальным ($\mathbf{E}_Q$), так и вихревым ($\mathbf{E}_B$), поэтому напряженность суммарного поля $\mathbf{E}=\mathbf{E}_Q+\mathbf{E}_B$. (1) показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и меняющиеся во времени магнитные поля. Обобщенная теорема о циркуляции вектора **H** (2) показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. (3) – это теорема Гаусса для поля **D**, если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ. (4) – это теорема Гаусса для поля В.Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми, и между ними существует следующая связь (изотропные, не сегнетоэлектрические и не ферромагнитные среды): $\boxed{\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}}$ $\boxed{\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}}$ $\boxed{\vec{j} = \gamma \vec{E}}$ где ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости, γ — удельная проводимость вещества.

Уравнения Максвелла для стационарных полей ($\vec{E} = const \quad \vec{B} = const$)

$$\boxed{\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0} \quad \boxed{\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I} \quad \boxed{\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q} \quad \boxed{\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0}$$

т. е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, источниками магнитного — только токи проводимости.

Теория Максвелла, являясь обобщением основных законов электрических и магнитных явлений, смогла объяснить не только уже известные экспериментальные факты, что также является важным ее следствием, но и предсказала новые явления. Одним из важных выводов этой теории явилось существование магнитного поля токов смещения, что позволило Максвеллу

предсказать существование электромагнитных волн — переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте правило Ленца, проиллюстрировав его примерами.
2. Какова природа э.д.с. электромагнитной индукции?
3. Почему сердечники трансформаторов не делают сплошными?
4. В чем заключается физический смысл индуктивности контура? взаимной индуктивности двух контуров? От чего они зависят?

Лекция 3 Электромагнитные колебания и волны

План лекции:

1. Свободные и вынужденные электромагнитные колебания. Переменный электрический ток. Закон Ома для переменного тока
2. Волновое уравнение для электромагнитного поля. Свойства электромагнитных волн. Плотность потока электромагнитной энергии. Вектор Умова-Пойтинга. Излучение диполя.

Тезисы

1. Свободные затухающие колебания — колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшается. Закон затухающих колебаний определяется свойствами колебательных систем. Закон Ома для контура RLC $\boxed{IR+U_c=\varepsilon_s}$ $\boxed{L\frac{dI}{dt}+IR+\frac{Q}{C}=0}$, где IR - напряжение на резисторе. Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний *заряда в контуре* $Q+\frac{R}{L}Q+\frac{1}{LC}Q=0$ или $Q+2\delta Q+\omega_0{}^2Q=0$, где δ - коэффициент затухания, равный $\delta=\frac{R}{2L}$. Его решение $Q=Q_m\ell^{-\delta t}\cos(\omega t+\varphi)$. Затухающие колебания не являются периодическими (рис. 208).

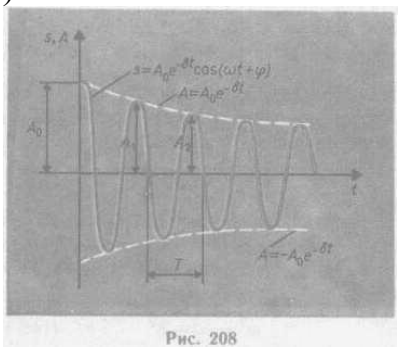


Рис. 208

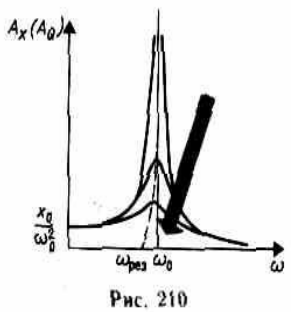


Рис. 210

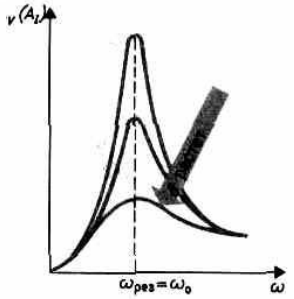


Рис. 211

Амплитуда затухающих колебаний $Q=Q_me^{-\delta t}$. Циклическая частота $\omega=\sqrt{\omega_0{}^2-\delta^2}=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$, период $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}$. Характеристиками колебательных систем являются декремент затухания, время релаксации, логарифмический декремент затухания, добротность системы.

Если *A(t)* и *A(t+T)*— амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение $\frac{A(t)}{A(t+T)}=e^{\delta T}$ называется декрементом затухания, а его логарифм $\Theta=\ln\frac{A(t)}{A(t+T)}=\delta T=\frac{T}{\tau}=\frac{1}{N_e}$ — логарифмическим декрементом затухания; N_e — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз. Промежуток времени, в течение которого амплитуда затухающих колебаний

уменьшается в е раз, называется временем релаксации $\tau = \frac{1}{\delta}$. Добротность колебательной системы $Q = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ Электрический резонанс – явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты внешней ЭДС к частоте, равной или близкой собственной частоте колебательного контура. Зависимость амплитуды колебаний заряда на конденсаторе от частоты ω внешней ЭДС $Q_m = \frac{\varepsilon_m / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\delta^2\omega^2}} = \frac{\varepsilon_m}{\omega\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$, где $\delta = \frac{R}{2L}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Резонансная частота – частота, при которой амплитуда достигает максимального значения $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$. Зависимость амплитуды заряда на конденсаторе от частоты внешней ЭДС при различных коэффициентах затухания (рис. 210). При $\omega \to 0$ все кривые достигают статического отклонения $\frac{\varepsilon_m}{L\omega_0^2}$, а при $\omega \to \infty$ - асимптотически стремятся к нулю. Чем больше δ, тем ниже и левее максимумы резонансных кривых.

2. Сила тока при установившихся вынужденных колебаниях $I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$, где $I_m = \omega Q_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$ амплитуда тока, $\varphi = \alpha - \frac{\pi}{2}$ - сдвиг по фазе между током и внешней ЭДС. Резонансная частота для силы тока $\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Резонансные кривые для амплитуды силы тока - рис. 211. Амплитуда силы тока максимальна при $\omega_{рез} = \omega_0$ и равна $\frac{\varepsilon_m}{R}$. Чем больше коэффициент затухания δ, тем ниже максимум.

Электрический ток, величина и направление которого изменяются во времени, есть переменный ток. Установившиеся электромагнитные вынужденные колебания можно рассматривать как протекание переменного тока в цепи. Цепь переменного тока - цепь, содержащая резистор, катушку индуктивности и конденсатор, к которому приложено переменное напряжение.

1.Переменный ток, текущий через резистор сопротивлением R (L→0, C→0). При выполнении условия квазистационарности ток через резистор определяется законом Ома: $U = U_m \cos\omega t$ $I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R}\cos\omega t = I_m \cos\omega t$ $I_m = \frac{U_m}{R}$ - амплитуда силы тока*)*

2. Переменный ток, текущий через конденсатор. Падение напряжения на конденсаторе $U_c = \frac{Q}{C} = U_m \cos\omega t$. Сила тока $I = I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$, где амплитуда силы

тока $I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{1/\omega C}$, а величина $R_c = \frac{1}{\omega C}$ есть реактивное емкостное сопротивление. Для постоянного тока $R_C=\infty$, он через конденсатор течь не может. Падение напряжения на конденсаторе $U_c = \frac{1}{\omega C} I_m \cos\omega t$ Падение напряжения U_C отстает по фазе от текущего через конденсатор тока I на $\pi/2$.

3.Переменный ток, текущий через катушку. ЭДС самоиндукции $U = -\varepsilon_s$. Закон Ома $U_m \cos\omega t - L\frac{dI}{dt} = 0$ Падение напряжения на катушке $U_L = L\frac{dI}{dt}$ Сила тока $I = I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$, где $I_m = \frac{U_m}{\omega L}$ - амплитудное значение силы тока, $R_L = \omega L$ - реактивное индуктивное сопротивление. Падение напряжения на катушке $U_L = \omega L I_m \cos\omega t$. Для постоянного тока катушка не имеет сопротивления. Падение напряжения U_L опережает по фазе ток I, текущий через катушку, на $\pi/2$. Для активного сопротивления $R = \rho\frac{l}{S}$ – график $R(\omega)$ есть прямая, параллельная оси ω, для индуктивного сопротивления $R_L = \omega L$ - график $R(\omega)$ есть прямая пропорциональность, для емкостного сопротивления $R_c = \frac{1}{\omega C}$ - график $R(\omega)$ есть обратная пропорциональность. Условие резонанса $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, $tg\varphi = 0$, $Z = R$ Резонансная частота $\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ Средняя мощность $\langle P\rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi$, $\langle P\rangle = \frac{1}{2} R I_m{}^2$.Действующее значение тока $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ и напряжения $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ Средняя мощность $\langle P\rangle = IU\cos\varphi$, коэффициент мощности $\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$

Одним из важнейших следствий уравнений Максвелла является существование электромагнитных волн. Можно показать, что для *однородной* и *изотропной среды вдали от зарядов и токов,* создающих электромагнитное поле, из уравнений Максвелла следует, что векторы напряженностей **E** и **H** переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновому уравнению:

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \qquad (162.1)$$

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}, \qquad (162.2)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

— оператор Лапласа, v — фазовая скорость.

Всякая функция, удовлетворяющая уравнениям (162.1) и (162.2), описывает некоторую волну. Следовательно, электромагнитные поля действительно могут существовать в виде электромагнитных волн. Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad (162.3)$$

где $c= 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, ε_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные, ε и μ — соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды.

В вакууме (при $\varepsilon=1$ и $\mu=1$) скорость распространения электромагнитных волн совпадает со скоростью c. Так как $\varepsilon\mu>1$, то скорость распространения электромагнитных волн в веществе всегда меньше, чем в вакууме.

При вычислении скорости распространения электромагнитного поля по формуле (162.3) получается результат, достаточно хорошо совпадающий с экспериментальными данными, если учитывать зависимость ε и μ, от частоты. Совпадение же размерного коэффициента в (162.3) со скоростью распространения света в вакууме указывает на глубокую связь между электромагнитными и оптическими явлениями, позволившую Максвеллу создать электромагнитную теорию света, согласно которой свет представляет собой электромагнитные волны.

Следствием теории Максвелла является поперечность электромагнитных волн: векторы **E** и **H** напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору v скорости распространения волны, причем векторы **E**, **H** и **v** образуют правовинтовую систему. Из уравнений Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы **E** и **H** всегда колеблются *в одинаковых фазах*, причем мгновенные значения £ и Я в любой точке связаны соотношением $\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}=\sqrt{\mu_0\mu}H$. Следовательно, Е и Н одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль и т. д. От волновых уравнений можно перейти к уравнениям

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad (162.5)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}, \quad (162.6)$$

где соответственно индексы y и z при E *и* H подчеркивают лишь то, что векторы **E** и **H** направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей y и z.

Уравнениям удовлетворяют, в частности, плоские монохроматические электромагнитные волны (электромагнитные волны одной строго определенной частоты), описываемые уравнениями

$$E_y=E_0\cos(\omega t-kx+\varphi), \quad (162.7)$$

$$H_z= H_0\cos(\omega t-kx+\varphi), \quad (162.8)$$

где E_0 и H_0 — соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны, ω — круговая частота волны, k=ω/v— волновое число, φ— начальные фазы колебаний в точках с координатой x=0. В уравнениях (162.7) и (162.8) φ одинаково, так как колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой фазой.

Возможность обнаружения электромагнитных волн указывает на то, что они переносят энергию. Объемная плотность w энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей $w_{эл}$ и w_M электрического и магнитного полей.Получим, что плотность энергии электрического и магнитного полей в каждый момент времени одинакова, т. е. $w_{эл} = w_м$.

Умножив плотность энергии w на скорость v распространения волны в среде, получим модуль плотности потока энергии: $S=EH$. Так как векторы **E** и **H** взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора [**EH**] совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен EH.

Вектор плотности потока электромагнитной энергии называется вектором Умова-Пойнтинга: **S** = [**EH**]. Вектор **S** направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Если электромагнитные волны поглощаются или отражаются телами (эти явления подтверждены опытами Герца), то из теории Максвелла следует, что электромагнитные волны должны оказывать на тела давление.

Давление электромагнитных волн объясняется тем, что под действием электрического поля волны заряженные частицы вещества начинают упорядоченно двигаться и подвергаются со стороны магнитного поля волны действию сил Лоренца. Однако значение этого давления ничтожно. Можно оценить, что при средней мощности солнечного излучения, приходящего на Землю, давление для абсолютно поглощающей поверхности составляет примерно 5 мкПа.

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс. Импульс электромагнитного поля $p=W/c$, где W — энергия электромагнитного поля. Выражая импульс как $p=mc$ (поле в вакууме распространяется со скоростью c), получим $p = mc=W/c$, откуда $W = mc^2$

Это соотношение между массой и энергией свободного электромагнитного поля является *универсальным законом* природы. Согласно специальной теории относительности, выражение имеет общее значение и справедливо для любых тел независимо от их внутреннего строения.

Простейшим излучателем электромагнитных волн является электрический диполь, электрический момент которого изменяется во времени по гармоническому закону $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0\cos\omega t$, где $\mathbf{p}_0$ — амплитуда вектора **p**. Примером подобного диполя может служить система, состоящая из

покоящегося положительного заряда $+Q$ и отрицательного заряда $-Q$, гармонически колеблющегося вдоль направления **p** с частотой ω.

Задача об излучении диполя имеет в теории излучающих систем важное значение, так как всякую реальную излучающую систему можно рассчитывать рассматривая излучение диполя. Если волна распространяется в однородной изотропной среде, то время прохождения волны до точек, удаленных от диполя на расстояние r, одинаково. Поэтому во всех точках сферы, центр которой совпадает с диполем, фаза колебаний одинакова, т. е. в волновой зоне волновой фронт будет сферическим и, следовательно, волна, излучаемая диполем, есть сферическая волна. Диполь сильнее всего излучает в направлениях, перпендикулярных его оси ($\theta=\pi/2$). Вдоль своей оси ($\theta=0$ и $\theta=\pi$) диполь не излучает вообще. Диаграмма направленности излучения диполя позволяет формировать излучение с определенными характеристиками и используется при конструировании антенн.

Контрольные вопросы

1. Опишите процессы при свободных гармонических колебаниях в колебательном контуре.
2. По какому закону изменяется амплитуда затухающих колебаний?
3. Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний, его решение.
4. Что называется резонансом? Какова его роль?
5. Как вычислить мгновенную и среднюю мощность в цепи переменного тока?

Лекция 4 Понятие о лучевой (геометрической) оптике

План лекции:

1. Понятие о лучевой (геометрической) оптике. Законы отражения и преломления.
2. Явление полного отражения. Линзы.

ТЕЗИСЫ

1. Раздел оптики, в котором законы распространения света рассматриваются на основе представления о световых лучах, называется геометрической оптикой. Под световыми лучами понимаются нормальные к волновым поверхностям линии, вдоль которых распространяется поток световой энергии. Геометрическая оптика, оставаясь приближенным методом построения изображений в оптических системах, позволяет разобрать основные явления, связанные с прохождением через них света, и является поэтому основой теории оптических приборов.

Закон прямолинейного распространения света: свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

Закон независимости световых пучков: эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены. Если свет падает на границу раздела двух сред (двух прозрачных веществ), то падающий луч разделяется на два — отраженный II и преломленный III, направления которых задаются законами отражения и преломления.

Закон отражения: отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол i'_1 отражения равен углу i_1 падения:

Закон преломления: луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред $\boxed{\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}}$, где n_{21} — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

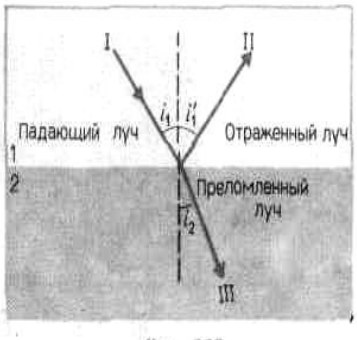


Рис. 229

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления $\boxed{n_{21} = \frac{n_2}{n_1}}$. Абсолютным показателем преломления среды называется величина *n,* равная отношению скорости *c* электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости *v* в среде: $\boxed{n = \frac{c}{\upsilon}}$ или $\boxed{n = \sqrt{\varepsilon\mu}}$, где ε и μ —электрическая и магнитная проницаемости среды.

2. Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотную) *($n_1 > n_2$),* например, из стекла в воду, то преломленный луч удаляется от нормали и угол преломления i_2 больше, чем угол падения. С увеличением угла падения увеличивается угол преломления до тех пор, пока при некотором угле падения ($i_1 = i_{пр}$) угол преломления не окажется равным π/2. Угол $i_{пр}$ называется предельным углом. При углах падения $i_1 > i_{пр}$ весь падающий свет полностью отражается. Если $i_1 = i_{пр}$, то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего. Таким образом, при углах падения в пределах от $i_{пр}$ до π/2 луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. Это явление называется полным отражением.Предельный угол $i_{пр}$ определим при подстановке $i_2 = \pi/2$. Тогда $\boxed{\sin i_{пр} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}}$. Это уравнение удовлетворяет значениям угла $i_{пр}$ при $n_2 <= n_1$. Следовательно, явление полного отражения имеет место только при падении света *из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную.*

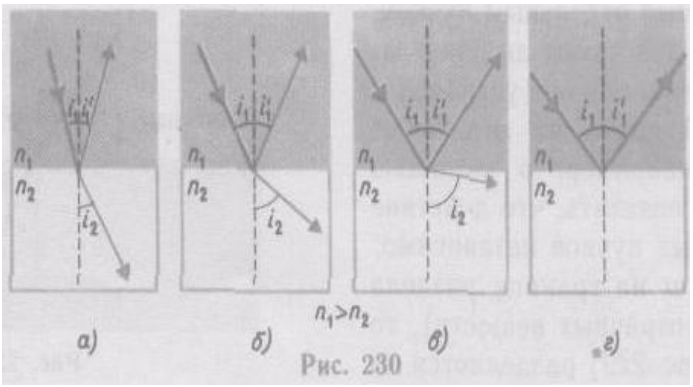


Рис. 230

Линзы - прозрачные тела, ограниченные двумя поверхностями (одна из них обычно сферическая, иногда цилиндрическая, а вторая — сферическая или плоская), преломляющими световые лучи, способные формировать оптические изображения предметов. По оптическим свойствам линзы делятся на собирающие и рассеивающие. Линза называется тонкой, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу. Прямая,

проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется главной оптической осью.

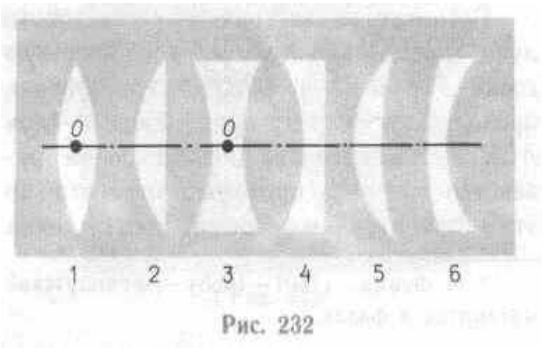


Рис. 232

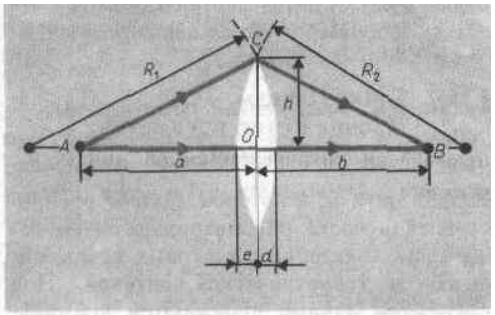


Рис. 233

Для всякой линзы существует точка, называемая **оптическим центром линзы,** лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее, не преломляясь.

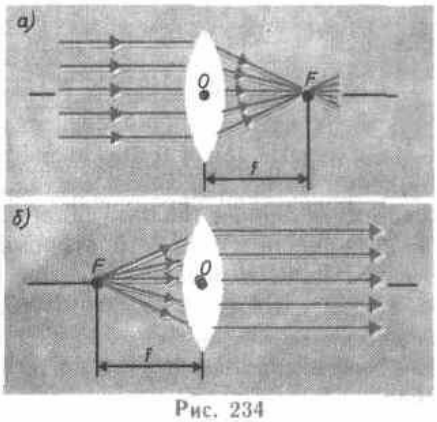


Рис. 234

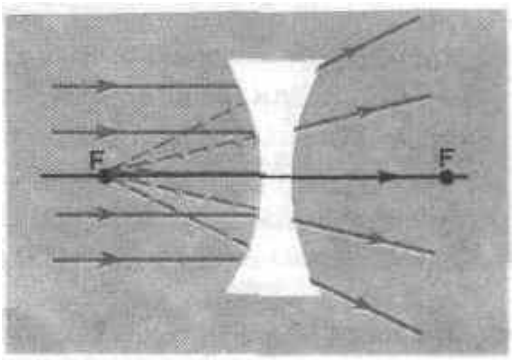


Рис. 235

Формула тонкой линзы $\boxed{(N-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы считается положительным, вогнутой — отрицательным. Фокусное расстояние линзы $\boxed{f=\frac{1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}}$. Величина $\boxed{(N-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{f}=\Phi}$ называется оптической силой линзы. Диоптрия - оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м: 1 дптр=1/м. Формулу линзы можно записать в виде $\boxed{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}}$. Для рассеивающей линзы f и b отрицательны.

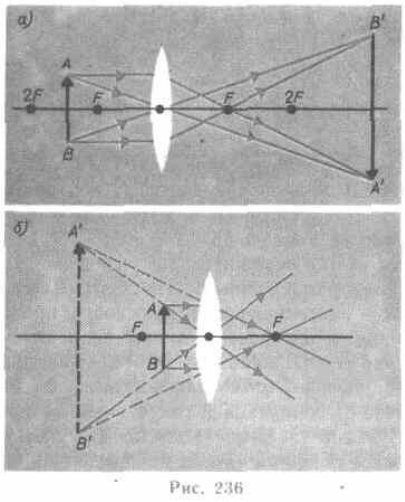


Рис. 236

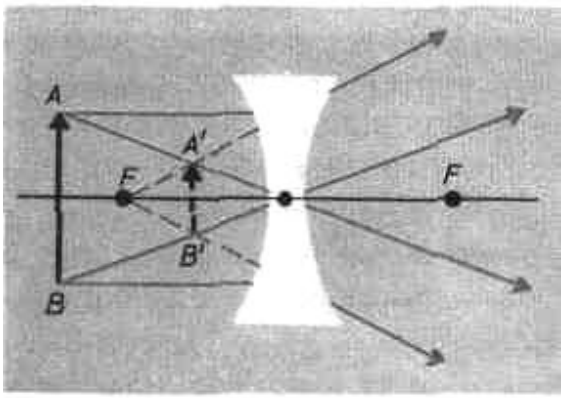


Рис. 237

Для примера приведены построения изображений в собирающей (рис. 236) и в рассеивающей (рис. 237) линзах: действительное (рис. 236, а) и мнимое (рис. 236, *б)* изображения — в собирающей линзе, мнимое — в рассеивающей.

Контрольные вопросы

1. Назовите основные понятия геометрической оптики.
2. Какие вы знаете типы линз?
3. Охарактеризуйте явление полного внутреннего отражения.
4. Для чего применяются линзы?
5. Какие лучи используют при построении изображений в линзах?

Лекция 5 Интерференция световых волн

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. Свойства световых волн. Волновой пакет. Групповая скорость.
2. Интерференция световых волн. Когерентность.

ТЕЗИСЫ

1. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени *t,* называется волновым фронтом. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. В принципе волновые поверхности могут быть любой формы, а в простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно волна называется плоской или сферической. Бегущими волнами называются волны, которые переносят в пространстве энергию. Перенос энергии в волнах количественно характеризуется вектором плотности потока энергии. Этот вектор для упругих волн называется вектором Умова. Направление вектора Умова совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости *x,* имеет вид $\boxed{\xi(x,t) = A\cos\omega(t - \frac{x}{\upsilon})}$, откуда следует, что $\xi(x,\ t)$ является не только периодической функцией времени, но и периодической функцией координаты *x.* Это уравнение есть уравнение бегущей волны. Если плоская волна распространяется в противоположном направлении, то в формуле будет знак +.

В общем случае уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси *x* в среде, *не поглощающей* энергию, имеет вид $\boxed{\xi(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) + \varphi_0]}$, где A = const — амплитуда волны, ω — циклическая частота волны, φ_0 — начальная фаза колебаний, определяемая в общем случае выбором начал отсчета x и *t,* $[\omega(t\text{-}x/\mathrm{v})+\varphi_0]$—фаза плоской волны. Для характеристики волн используется волновое число $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon T} = \frac{\omega}{\upsilon}}$ Тогда уравнение волны можно записать в виде $\boxed{\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)}$ Скорость *v* распространения волны есть не что иное, как *скорость перемещения фазы волны,* и ее называют фазовой скоростью.

Уравнение сферической волны — волны, волновые поверхности которой имеют вид концентрических сфер, записывается как $\boxed{\xi(x,t) = \frac{A_0}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi_0)}$, где *r* — расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды. Отсюда фазовая скорость $\boxed{\upsilon = \frac{\omega}{k}}$. Если фазовая скорость волн в среде зависит от их частоты, то это явление называют дисперсией волн, а среда, в которой наблюдается дисперсия волн, называется диспергирующей средой.

Распространение волн в *однородной изотропной* среде в общем случае описывается волновым уравнением — дифференциальным уравнением в частных производных $\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$, где v — фазовая скорость. Для плоской волны волновое уравнение имеет вид $\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$. Если среда, в которой распространяется одновременно несколько волн, *линейна,* т. е. ее свойства не изменяются под действием возмущений, создаваемых волной, то к ним применим принцип суперпозиции волн: при распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвуя в каждом из слагающих волновых процессов. Волновым пакетом называется суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства. Групповая скорость - скорость движения группы волн, образующих в каждый момент времени локализованный в пространстве волновой пакет.

2. При наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией света. Необходимым условием интерференции волн является их когерентность, т. е. согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Этому условию удовлетворяют монохроматические волны — неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты. Так как ни один реальный источник не дает строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны.

Прерывистое излучение света атомами в виде отдельных коротких импульсов называется волновым цугом. Любой немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средняя продолжительность одного цуга $\tau_{ког}$ называется временем когерентности. Когерентность существует только в пределах одного цуга, и время когерентности не может превышать время излучения, т. е. $\tau_{ког}<\tau$. Прибор обнаружит четкую интерференционную картину лишь тогда, когда время разрешения прибора значительно меньше времени когерентности накладываемых световых волн.

Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности $\tau_{ког}$. За это время волна распространяется в вакууме на расстояние $l_{ког}=c\tau_{ког}$, называемое длиной когерентности (или длиной цуга). Таким образом, длина когерентности есть расстояние, при прохождении которого две или несколько волн утрачивают когерентность. Отсюда следует, что наблюдение интерференции света возможно лишь при оптических

разностях хода, меньших длины когерентности для используемого источника света. Когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства, определяемая степенью монохроматичности волн, называется временной когерентностью.

Радиусом когерентности (или длиной пространственной когерентности) называется максимальное поперечное направлению распространения волны расстояние, на котором возможно проявление интерференции. Таким образом, пространственная когерентность определяется радиусом когерентности. Радиус когерентности $r_{ког} \sim \lambda/\varphi$, где λ — длина световых волн, φ — угловой размер источника. Для получения когерентных световых волн применяют метод разделения волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных оптических путей накладываются друг на друга и наблюдается интерференционная картина.

Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке *M,* $\boxed{\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta}$

Произведение геометрической длины s пути световой волны в данной среде на показатель *n* преломления этой среды называется оптической длиной пути *L, a* $\Delta = L_2 - L_1$ — разность оптических длин проходимых волнами путей — называется оптической разностью хода.

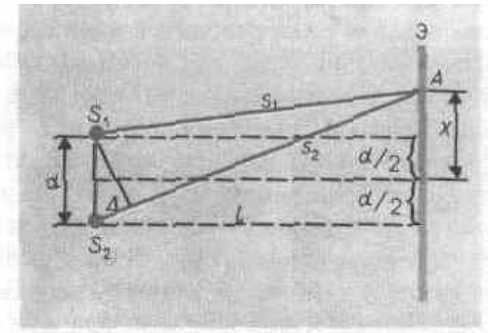


Рис. 248

Условие интерференционного максимума: если $\boxed{\Delta = \pm m\lambda}$ (m=0, 1, 2,...), то $\boxed{\delta = \pm 2m\pi}$ и колебания, возбуждаемые в точке *M* обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе.

Условие интерференционного минимума: если $\boxed{\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}}$ (m = 0,1,2,…), то $\boxed{\delta = \pm(2m+1)\pi}$ и колебания, возбуждаемые в точке *M* обеими волнами, будут происходить в противофазе.

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое шириной интерференционной полосы (рис. 248), равно $\boxed{\Delta x = \frac{l}{d}\lambda}$.

Контрольные вопросы

1. Для чего вводятся понятия временной и пространственной когерентностей?
2. Как можно создать условия, необходимые для возникновения интерференции световых волн?
3. Опишите условия интерференционных максимумов и минимумов.
4. Где применяют интерференцию света?

Лекция 6 Дифракция волн

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. Дифракция волн. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля.
2. Дифракция Френеля и Фраунгофера. Дифракция на одной щели и на многих щелях.

ТЕЗИСЫ

1. Дифракция - огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле — любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики (рис. 256). Явление дифракции характерно для волновых процессов. Поэтому если свет является волновым процессом, то для него должна наблюдаться дифракция, т. е. световая волна, падающая на границу какого-либо непрозрачного тела, должна огибать его. Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

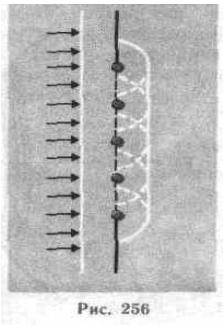


Рис. 256

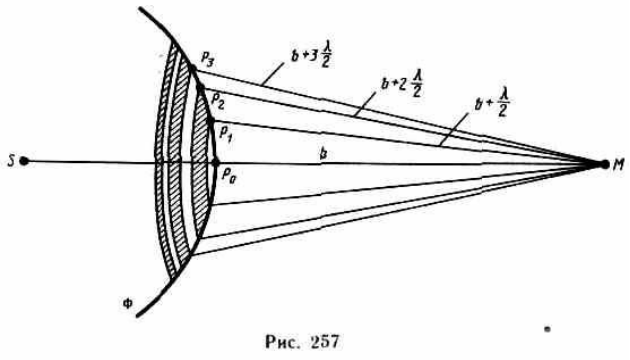


Рис. 257

Метод зон Френеля. Найдем в произвольной точке *M* амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S (рис. 257). Френель разбил волновую поверхность Ф на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до *M* отличались на λ/2. Так как колебания от соседних зон проходят до точки *M* расстояния, отличающиеся на λ/2, то в точку *M* они приходят в противоположной фазе, и при наложении эти колебания будут взаимно ослаблять друг друга. Поэтому амплитуда результирующего светового колебания в точке *M* $\boxed{A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + ... \pm A_m}$, где A_1, A_2, ..., A_m — амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ..., m-й зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля (рис. 258) $\boxed{S = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}}$.

Построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равные зоны. Действие всей волновой поверхности на точку *M* сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны. Радиус внешней границы m-й зоны Френеля $\boxed{r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}}$.

2. Рассмотрим дифракцию сферических волн, или дифракцию Френеля, осуществляемую в том случае, когда дифракционная картина наблюдается на конечном расстоянии от препятствия, вызвавшего дифракцию.

Дифракция на круглом отверстии. Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника 5, встречает на своем пути экран с круглым отверстием (рис. 259). Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся в отверстии (если *m* четное, то в центре будет темное кольцо, если *m* нечетное — то светлое кольцо). Число зон Френеля, укладывающихся в отверстии, зависит от его диаметра.

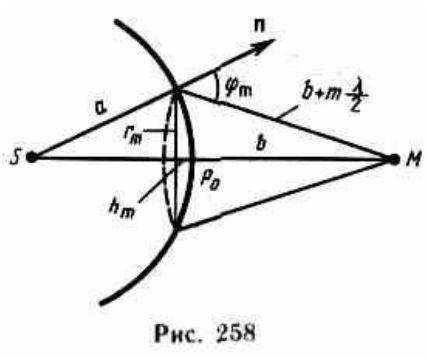


Рис. 258

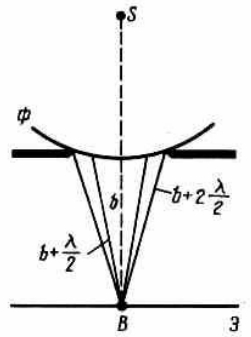


Рис. 259

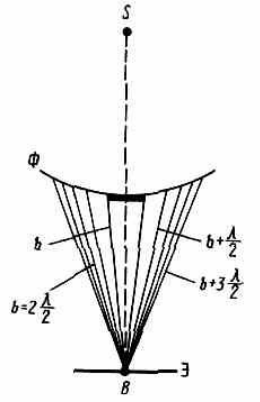


Рис. 260

Дифракция на диске. Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника 5, встречает на своем пути диск (рис. 260). В точке *B всегда* наблюдается интерференционный максимум, соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность максимумов убывает с расстоянием от центра картины. С увеличением радиуса диска интенсивность центрального максимума с увеличением размеров диска уменьшается.

Дифракция Фраунгофера, имеющая большое практическое значение, наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Пусть плоская монохроматическая световая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной *a* (рис. 261, а).

Оптическая разность хода между крайними лучами *MC* и *ND,* идущими от щели в произвольном направлении φ, $\boxed{\Delta = NF = a\sin\varphi}$. Если *число зон Френеля четное* $\boxed{a\sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}}$, (m= 1, 2, 3, ...), то в точке *B* наблюдается дифракционный минимум, если же *число зон Френеля нечетное* $\boxed{a\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}}$, (m=1, 2, 3, ...), то наблюдается дифракционный максимум.

В точке B_0 наблюдается центральный дифракционный максимум.

Направления на точки экрана, в которых амплитуда равна нулю $\boxed{\sin\varphi_{\min} = \pm\frac{m\lambda}{a}}$ или максимальна $\boxed{\sin\varphi_{\max} = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2a}}$.

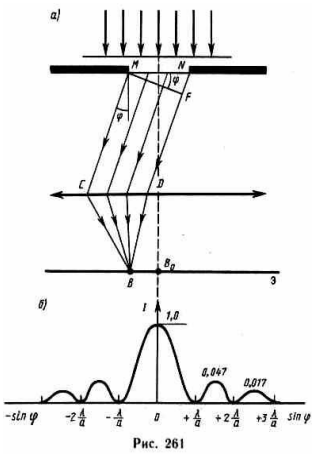


Рис. 261

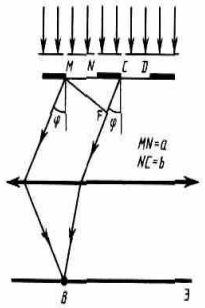


Рис. 262

Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции (дифракционный спектр) (рис. 261, б). Расчеты показывают, что интенсивности центрального и последующих максимумов относятся как 1:0,047:0,017:0,0083. Сужение щели приводит к тому, что центральный максимум расплывается, а его яркость уменьшается. Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны.

Одномерная дифракционная решетка — система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. *В дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция* когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Рассмотрим дифракционную решетку (рис. 262).

Если ширина каждой щели равна a, а ширина непрозрачных участков между щелями *b,* то величина $\boxed{d = a + b}$ называется постоянной (периодом) дифракционной решетки, $\boxed{d = \frac{1}{N_0}}$, где N_0 – число щелей, приходящихся на единицу длины решетки.

Полная дифракционная картина для двух щелей определяется из условия:

1) главные минимумы $\boxed{a\sin\varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots}$

2) дополнительные минимумы $\boxed{d\sin\varphi = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \ldots}$

3) главные максимумы $\boxed{d\sin\varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots}$

Число главных максимумов $\boxed{m = \frac{d}{\lambda}}$

Контрольные вопросы

5. В чем заключается метод зон Френеля?
6. Почему штрихи на дифракционной решетке должны быть тесно расположены друг к другу? Почему их должно быть большое число?
7. Почему на кристаллах не наблюдается дифракция видимого света, но наблюдается дифракция рентгеновского излучения?

Лекция 7 Электромагнитные волны в веществе

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. Распространение света в веществе. Дисперсия света. Поглощение света. Закон Бугера.
2. Поляризация света. Закон Малюса. Способы получения поляризованного света

ТЕЗИСЫ

1. Дисперсией света называется зависимость показателя преломления n вещества от частоты ν (длины волны λ) света или зависимость фазовой скорости v световых волн от его частоты ν $\boxed{n = f(\lambda)}$. Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Пусть монохроматический пучок света падает на призму с показателем преломления n (рис. 268) под углом α_1. Луч оказывается отклоненным от первоначального направления на угол φ: $\boxed{\varphi = A(n-1)}$, т. е. угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы.

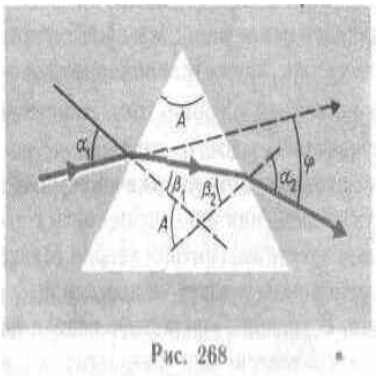


Рис. 268

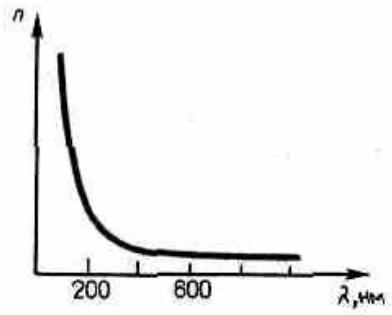


Рис. 269

Различия в дифракционном и призматическом спектрах

Дифракционная решетка	Призма
разлагает падающий свет непосредственно по длинам волн, поэтому по измеренным углам (по направлениям соответствующих максимумов) можно вычислить длину волны.	разложение света в спектр в призме происходит по значениям показателя преломления, поэтому для определения длины волны света надо знать зависимость $n = f(\lambda)$.
Красные лучи отклоняются сильнее, чем фиолетовые (красные имеют большую длину волны)	Красные лучи отклоняются слабее, чем фиолетовые, т.к. для них показатель преломления меньше

Дисперсия вещества $\boxed{D = \frac{dn}{d\lambda}}$ показывает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны. Из рис. 269 следует, что показатель преломления для прозрачных веществ с уменьшением длины волны монотонно увеличивается; следовательно, величина dn/dλ по модулю также увеличивается

с уменьшением λ. _Нормальная дисперсия $\boxed{\frac{dn}{d\lambda}\langle 0}$, аномальная дисперсия $\boxed{\frac{dn}{d\lambda}\rangle 0}$. Трудности объяснения дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла устраняются электронной теорией Лоренца.

Из макроскопической электромагнитной теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления среды $\boxed{n=\sqrt{\varepsilon\mu}}$, где ε — диэлектрическая проницаемость среды, μ — магнитная проницаемость. В оптической области спектра $\boxed{n=\sqrt{\varepsilon}}$, что не согласуются с опытными значениями. В теории Лоренца дисперсия света рассматривается как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны. В первом приближении можно считать, что вынужденные колебания совершают только внешние, наиболее слабо связанные с ядром электроны — **оптические электроны.** Задача сводится к определению смещения *x* электрона под действием внешнего поля $\boxed{n^2=1+\frac{n_0e^2}{\varepsilon_0 m}\frac{1}{\omega_0{}^2-\omega^2}}$. Показатель преломления *n* зависит от частоты ω внешнего поля, т. е. полученные зависимости действительно подтверждают явление дисперсии света.

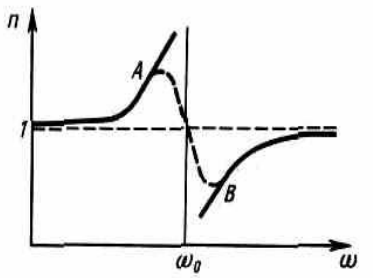


Рис. 270

Дисперсионная кривая

В области от ω=0 до $\omega<\omega_0$ $n^2>1$ и возрастает с увеличением ω (нормальная дисперсия); при $\omega=\omega_0$ $n^2=\pm\infty$; в области от $\omega\geq\omega_0$ до $\omega=\infty$ $n^2<1$ и возрастает от -∞ до 1 (нормальная дисперсия).

Подобное поведение *n* вблизи собственной частоты ω_0 получилось в результате допущения об отсутствии сил сопротивления при колебаниях электронов. Если принять в расчет и это обстоятельство, то график функции *n* (ω) вблизи ω_0 задается штриховой линией *AB*. Область *AB* — область аномальной дисперсии (*n* убывает при возрастании ω), остальные участки зависимости *n* от ω описывают нормальную дисперсию (*n* возрастает с возрастанием ω).

2)*Поглощение света* - явление потери энергии световой волной, проходящей через вещество, вследствие преобразования энергии волны в другие формы (внутреннюю энергию вещества и в энергию вторичного

излучения других направлений и спектрального состава). В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается.

Закон Бугера математически выражается формулой $\boxed{I = I_0 e^{-\alpha x}}$, где I_0 и I — интенсивности плоской монохроматической световой волны на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной *x,* α — коэффициент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света. Коэффициент поглощения зависит от длины волны λ (или частоты ω) и для различных веществ различен.

1. Одноатомные газы и пары металлов: $\alpha \approx 0$ и лишь для очень узких спектральных областей наблюдаются резкие максимумы (так называемый **линейчатый спектр поглощения).** Эти линии соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах. Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах, характеризуется **полосами поглощения** (примерно 10^{-10}— 10^{-7}м).

2. Диэлектрики: α невелик (примерно 10^{-3}-10^{-5}см$^{-1}$), однако наблюдается селективное поглощение света в определенных интервалах длин волн, когда *a* резко возрастает, и наблюдаются сравнительно широкие полосы поглощения, т. е. диэлектрики имеют **сплошной спектр поглощения.** Это связано с тем, что в диэлектриках нет свободных электронов, и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомов в молекулах диэлектрика.

3. Металлы: α имеет большое значение (примерно 10^3-10^5 см$^{-1}$) и поэтому металлы являются непрозрачными для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее в нем поглощение света.

На рис. 271 представлены типичная зависимость коэффициента поглощения от длины волны света и зависимость показателя преломления *n от* λ в области полосы поглощения. Из рисунка следует, что внутри полосы поглощения наблюдается аномальная дисперсия *(n* убывает с уменьшением λ). Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел.

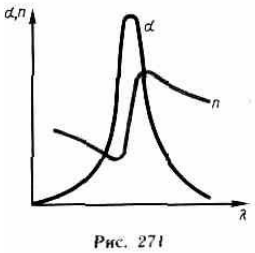


Рис. 271

Поляризация света. Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-то образом упорядочены, называется поляризованным. Так, если в результате каких-либо внешних воздействий появляется преимущественное направление колебаний вектора Е (рис. 272б), то имеем дело с частично поляризованным светом. Свет, в котором вектор Е колеблется только в одном направлении, перпендикулярном лучу (рис. 272в), называется плоскополяризованным (линейно поляризованным). Плоскополяризованный свет является предельным случаем эллиптически поляризованного света — света, для которого вектор Е (вектор Н) изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу. Если эллипс поляризации вырождается в прямую (при разности фаз φ, равной нулю или π), то имеем дело с рассмотренным выше плоскополяризованным светом, если в окружность (при φ=±π/2 и равенстве амплитуд складываемых волн), то имеем дело с циркулярно поляризованным (поляризованным по кругу) светом.

Степенью поляризации называется величина $\boxed{P=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}}$, где I_{max} и I_{min} — максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным компонентам вектора Е. Для естественного света $I_{max}=I_{min}$ и P=0, для плоскополяризованного $I_{min}=0$ и $P=1$.

Рассмотрим классические опыты с турмалином (рис.273). Вращая кристалл T_1 вокруг направления луча, никаких изменений интенсивности прошедшего через турмалин света не наблюдаем. Если на пути луча поставить вторую пластинку турмалина T_2 и вращать ее вокруг направления луча, то интенсивность света, прошедшего через пластинки, меняется в зависимости от угла а между оптическими осями кристаллов по закону Малюса $\boxed{I=I_0\cos^2\alpha}$, где I_0 и I — соответственно интенсивности света, падающего на второй кристалл и вышедшего из него. Пластинка T_1, преобразующая естественный свет в плоскополяризрванный, является поляризатором. Пластинка T_2, служащая для анализа степени поляризации света, называется анализатором.

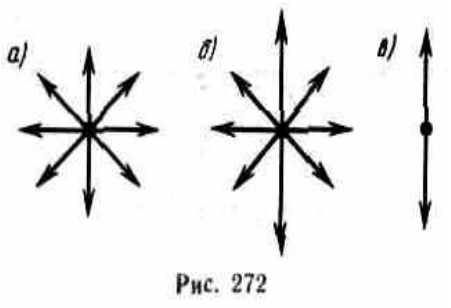


Рис. 272

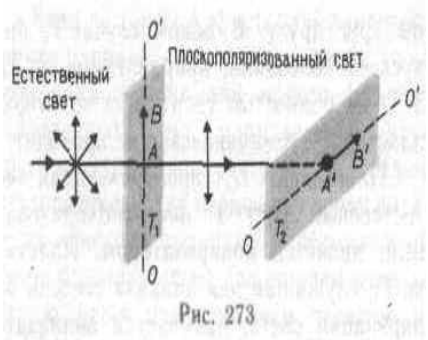


Рис. 273

Степень поляризации (степень выделения световых волн с определенной ориентацией электрического (и магнитного) вектора) зависит от угла падения лучей и показателя преломления.

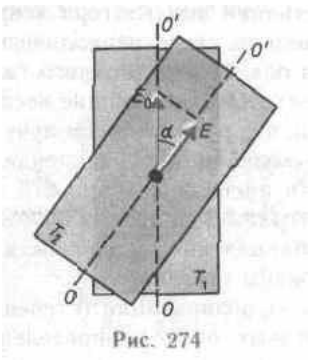
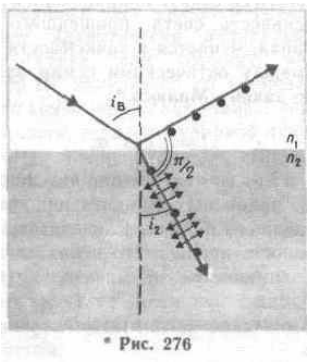


Рис. 274



* Рис. 276

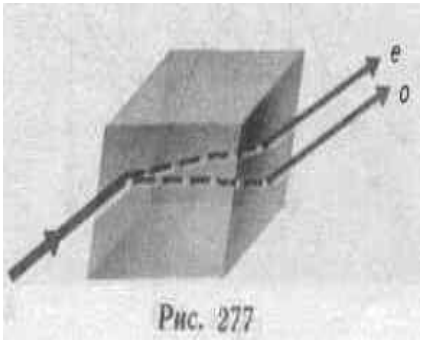


Рис. 277

Шотландский физик Брюстер установил закон, согласно которому при угле падения i_B (угол Брюстера), определяемого соотношением $\boxed{tgi_B = n_{21}}$, где n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой), отраженный луч является плоскополяризованным (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения) (рис. 276). Преломленный же луч при угле падения i_B поляризуется максимально, но не полностью.

Степень поляризации преломленного света может быть значительно повышена (многократным преломлением при условии падения света каждый раз на границу раздела под углом Брюстера). Если, например, для стекла (n=1,53) степень поляризации преломленного луча составляет ≈15%, то после преломления на 8— 10 наложенных друг на друга стеклянных пластинок вышедший из такой системы свет будет практически полностью поляризованным. Такая совокупность пластинок называется **стопой.** Стопа может служить для анализа поляризованного света как при его отражении, так и при его преломлении.

Все прозрачные кристаллы (кроме кристаллов кубической системы, которые оптически изотропны) обладают способностью **двойного лучепреломления,** т. е. раздваивания каждого падающего на них светового пучка. Это явление, в 1669г. впервые обнаруженное датским ученым Бартолином для исландского шпата (разновидность кальцита $CaCO_3$), объясняется особенностями распространения света в анизотропных средах и непосредственно вытекает из уравнений Максвелла.

Если на толстый кристалл исландского шпата направить узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу (рис. 277). Даже в том случае, когда первичный пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два, причем один из них является продолжением первичного, а второй отклоняется (рис.278). Второй из этих лучей получил название **необыкновенного** (е)**,** а первый — **обыкновенного** (о).

В кристалле исландского шпата имеется единственное направление, вдоль которого двойное лучепреломление не наблюдается. Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называется **оптической осью кристалла.** В данном случае речь идет именно *о направлении,* а не о прямой

линии, проходящей через какую-то точку кристалла. Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла. Кристаллы в зависимости от типа их симметрии бывают **одноосные и двуосные,** т. е. имеют одну или две оптические оси (к первым и относится исландский шпат).

Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называется **главной плоскостью** (или **главным сечением** кристалла). Анализ поляризации света (например, с помощью турмалина или стеклянного зеркала) показывает, что вышедшие из кристалла лучи плоско поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях: колебания светового вектора (вектора напряженности **E** электрического поля) в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в необыкновенном — в главной плоскости (рис. 278).

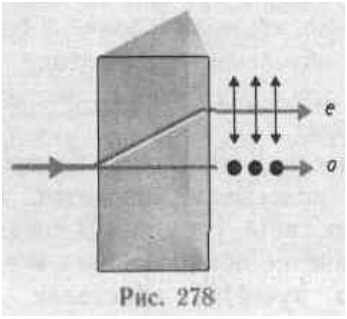


Рис. 278

Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломления. Очевидно, что при любом направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью и, следовательно, показатель преломления n_0 для него есть величина постоянная. Для необыкновенного же луча угол между направлением колебаний светового вектора и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому необыкновенные лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями.

Следовательно, показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, обыкновенный луч подчиняется закону преломления (отсюда и название «обыкновенный»), а для необыкновенного луча этот закон не выполняется. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются.

Как уже рассматривалось, обыкновенные лучи распространяются в кристалле по всем направлениям с одинаковой скоростью, а необыкновенные — с разной (в зависимости от угла между вектором **E** и оптической осью). Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси, $n_0=n_e$, $v_0=v_e$, т. е. вдоль оптической оси существует только одна скорость распространения света.

Различие в v_e и v_0 для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обусловливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах.

Применение поляризованного света. В основе работы поляризационных приспособлений, служащих для получения поляризованного света, лежит явление двойного лучепреломления. Наиболее часто для этого применяются **призмы и поляроиды.** Призмы делятся на два класса:

1) призмы, дающие только плоскополяризованный луч **(поляризационные призмы);**

2) призмы, дающие два поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча **(двоякопреломляющие призмы).**

Поляризационные призмы построены по принципу полного отражения одного из лучей (например, обыкновенного) от границы раздела, в то время как другой луч с другим показателем преломления проходит через эту границу. Типичным представителем поляризационных призм является **призма Николя,** называемая часто **николем.** Призма Николя (рис.281) представляет собой двойную призму из исландского шпата, склеенную вдоль линии *AB* канадским бальзамом с n=1,55. Оптическая ось *OO′* призмы составляет с входной гранью угол 48°. На передней грани призмы естественный луч, параллельный ребру *CB,* раздваивается на два луча: обыкновенный (n_o=1,66) и необыкновенный (n_e=1,51). При соответствующем подборе угла падения, равного или большего предельного, обыкновенный луч испытывает полное отражение (канадский бальзам для него является средой оптически менее плотной), а затем поглощается зачерненной боковой поверхностью CB. Необыкновенный луч выходит из кристалла параллельно падающему лучу, незначительно смещенному относительно него (ввиду преломления на наклонных гранях *AC* и *BD).*

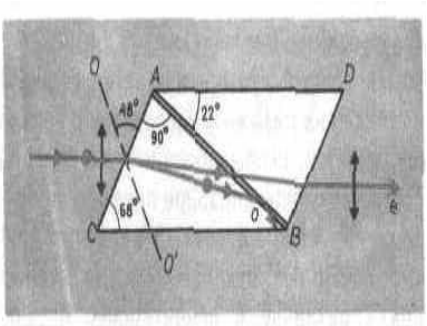


Рис. 281

Двоякопреломляющие призмы используют различие в показателях преломления обыкновенного и необыкновенного лучей, чтобы развести их возможно дальше друг от друга. Примером двоякопреломляющих призм могут служить призмы из исландского шпата и стекла, призмы, составленные из двух призм из исландского шпата со взаимно перпендикулярными оптическими осями. Для первых призм обыкновенный луч преломляется в шпате и стекле два раза и, следовательно, сильно отклоняется, необыкновенный же луч при

соответствующем подборе показателя преломления стекла n $(n \approx n_e)$ проходит призму почти без отклонения. Для вторых призм различие в ориентировке оптических осей влияет на угол расхождения между обыкновенным и необыкновенным лучами.

Дихроичные кристаллы приобрели еще более важное значение в связи с изобретением **поляроидов.** Примером поляроида может служить тонкая пленка из целлулоида, в которую вкраплены кристаллики герапатита (сернокислого иод-хинина). Герапатит — двоякопреломляющее вещество с очень сильно выраженным дихроизмом в области видимого света. Установлено, что такая пленка уже при толщине «0,1 мм полностью поглощает обыкновенные лучи видимой области спектра, являясь в таком тонком слое совершенным поляризатором. Преимущество поляроидов перед призмами — возможность изготовлять их с площадями поверхностей до нескольких квадратных метров. Однако степень поляризации в них сильнее зависит от λ, чем в призмах. Кроме того, их меньшая по сравнению с призмами прозрачность (приблизительно 30 %) в сочетании с небольшой термостойкостью не позволяет использовать поляроиды в мощных световых потоках. Поляроиды применяются, например, для защиты от ослепляющего действия солнечных лучей и фар встречного автотранспорта.

Контрольные вопросы

1. Каковы различия спектров, полученных с помощью призмы и дифракционной решетки?
2. Почему металлы сильно поглощают свет?
3. Что представляет собой дисперсия света с точки зрения классических представлений?
4. Как на опыте можно отличить плоскополяризованный свет от естественного?
5. Что характеризует закон Малюса? Закон Брюстера?

МОДУЛЬ 2. КВАНТОВАЯ, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Лекция 8 Тепловое излучение

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. Тепловое излучение. Проблемы излучения абсолютно черного тела.
2. Квантовая гипотеза и формула Планка. Фотоны. Энергия и импульс световых квантов.

ТЕЗИСЫ

1. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется тепловым (температурным) излучением. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества и свойственно всем телам при температуре выше О К.

Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие электромагнитные волны, при низких — длинные.

Тепловое излучение может быть равновесным. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, т. е. тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать. Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнет понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

Количественной характеристикой теплового излучения служит спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела— мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины $\boxed{R_{\nu,T} = \frac{dW^{изл}{}_{\nu,\nu+d\nu}}{d\nu}}$ или $\boxed{R_{\nu,T} = R_{\lambda,T}\frac{\lambda^2}{c}}$

Единица спектральной плотности энергетической светимости $(R_{\nu,T})$ — джоуль на метр в квадрате в секунду (Дж/м^2).

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить энергетическую светимость тела $\boxed{R_T = \int_0^\infty R_{\nu,T}\,d\nu = \int_0^\infty R_{\lambda,T}\,d\lambda}$.

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется спектральной поглощательной способностью $\boxed{A_{\nu,T} = \frac{dW^{погл}{}_{\nu,\nu+d\nu}}{dW_{\nu,\nu+d\nu}}}$, показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади

поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до ν+dν, поглощается телом.

Спектральная поглощательная способность — величина безразмерная. $R_{\nu,T}$ и $A_{\nu,T}$ зависят от природы тела, его термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с различными частотами.

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называется черным. Следовательно, спектральная поглощательная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице $(A^{ч}_{\nu,T}=1)$.

Идеальной моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием *O,* внутренняя поверхность которой зачернена (рис. 286).



Рис. 286

Закон Кирхгофа: отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры $R_{\nu,T}/A_{\nu,T}=r_{\nu,T}$. Универсальная функция Кирхгофа $r_{\nu,T}$ есть спектральная плотность энергетической светимости черного тела. Для всех тел отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела при той же температуре и частоте.

Согласно закону Стефана — Больцмана $R_e=\sigma T^4$ энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры; а — постоянная Стефана — Больцмана: ее экспериментальное значение равно $5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2•К^4). Но закон не дает ответа относительно спектрального состава излучения черного тела (рис. 287).

Согласно закону смещения Вина, $\lambda_{max}=b/T$, т. е. длина волны λ_{max}, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре, b — постоянная Вина: ее экспериментальное значение равно $2{,}9\cdot10^{-3}$м•К. Выражение потому называют законом *смещения* Вина, что оно показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн.

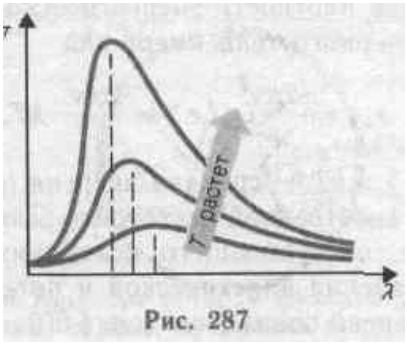


Рис. 287

Формула Рэлея — Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела имеет вид $r_{\nu,T}=(2\pi\nu^2/c^2)\langle\varepsilon\rangle=(2\pi\nu^2/c^2)kT$, где $\langle\varepsilon\rangle=kT$ — средняя энергия осциллятора с собственной частотой ν. Как показал опыт, выражение согласуется с экспериментальными данными *только* в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэлея — Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом Вина (рис. 288).

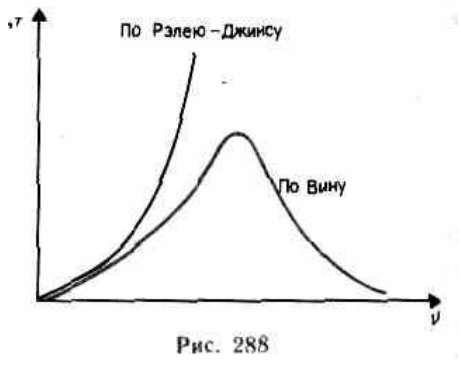


Рис. 288

Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

2. Правильное выражение для спектральной плотности энергетической светимости черного тела было найдено немецким физиком М.Планком. Согласно выдвинутой квантовой гипотезе**,** атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями — квантами с энергией $\boxed{\varepsilon_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}}$, где h = 6,625•10^{-34} Дж•с — постоянная Планка**.**

Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора ε может принимать лишь определенные *дискретные значения,* кратные целому числу элементарных порций энергии ε_0: $\boxed{\varepsilon_0 = nh\nu = \frac{nhc}{\lambda}}$, где n=0, 1, 2,.... Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу $\boxed{r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/(kT)}-1}}$.

В области малых частот формула Планка совпадает с формулой Рэлея — Джинса. Из формулы Планка можно получить закон Стефана — Больцмана.

Таким образом, формула Планка позволяет получить закон Стефана— Больцмана. Кроме того, подстановка числовых значений дает для постоянной

Стефана-Больцмана величину, хорошо согласующуюся с экспериментальными данными. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

Контрольные вопросы

1. Является ли тепловое излучение равновесным?
2. От чего зависит энергетическая светимость черного тела?
3. Квантовая гипотеза Планка. Чему равна постоянная Планка?
4. Что такое фотон?
5. По каким формулам можно найти энергию и импульс фотона?

Лекция 9 Экспериментальное обоснование основных идей квантовой теории

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. Фотоэффект. Уравнение Эйнштейна.
2. Законы внутреннего и внешнего фотоэффекта.

ТЕЗИСЫ

1)Гипотеза Планка получила подтверждение и дальнейшее развитие при объяснении фотоэффекта — явления, открытие и исследование которого сыграло важную роль в становлении квантовой теории. Различают фотоэффект внешний, внутренний и вентильный. Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Фотоэффект обнаружен (1887 г.) Герцем. Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены Столетовым (рис. 289).

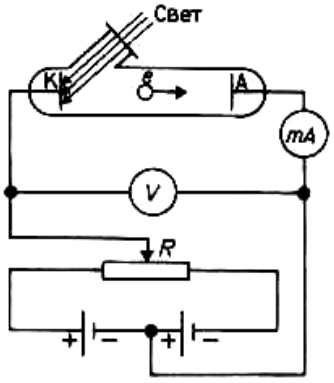


Рис. 289

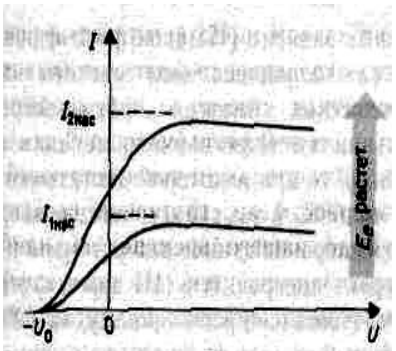


Рис. 290

Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие закономерности, не утратившие своего значения до нашего времени: 1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение; 2) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды; 3) сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его *интенсивности.*

Зависимость, соответствующая двум различным освещенностям E_e катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 290. По мере увеличения U фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Максимальное значение тока $I_{нас}$ — фототок насыщения — определяется таким значением U, при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода: $I_{нас}=en$, где n — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

Из вольт-амперной характеристики следует, что при $U=0$ фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью *v, а* значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить задерживающее напряжение U_0. При $U=U_0$ ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью v_{max}, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно, $mv^2_{max}/2=eU_0$, т. е., измерив задерживающее напряжение U_0, можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

Три закона внешнего фотоэффекта.

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_e катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν, а именно линейно возрастает с увеличением частоты.

III. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т. е. минимальная частота ν_0 света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), при которой свет любой интенсивности фотоэффекта не вызывает.

А.Эйнштейн в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им *квантовой теории фотоэффекта.* Согласно Эйнштейну, свет частотой ν не только *испускается,* как это предполагал Планк, но и *распространяется* в пространстве и *поглощается* веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых $\varepsilon_0=h\nu$. Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью *c* распространения света в вакууме. Эти кванты электромагнитного излучения получили название фотонов.

По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света. Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно. Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода *A* из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $mv^2_{max}/2$. По закону сохранения энергии,

$$h\nu=A+mv^2_{max}/2$$

что называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.

Получим, что

$$\nu_0 = A/h$$

и есть «красная граница» фотоэффекта для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности. Это выражение можно записать в виде $eU_0 = h(\nu - \nu_0)$.

Контрольные вопросы

1. Объяснение законов фотоэффекта на основе квантовой теории.
2. Применение фотоэффекта.
3. Уравнение Эйнштейна.
4. Следствием чего является уравнение Эйнштейна?

Лекция 10 Атомная физика

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Эффект Комптона.
2. Линейчатые спектры атомов. Постулаты Бора. Принцип соответствия

ТЕЗИСЫ

1)Наиболее полно корпускулярные свойства света проявляются в эффекте Комптона. Опыты показали, что разность $\Delta\lambda=\lambda'-\lambda$ не зависит от длины волны λ падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только величиной угла рассеяния θ: $\Delta\lambda = \lambda'-\lambda = 2\lambda_C \sin^2(\theta/2)$, где λ' — длина волны рассеянного излучения, λ_C — комптоновская длина волны (при рассеянии фотона на электроне $\lambda_C = 2{,}426$ пм).

Эффектом Комптона называется упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ-излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны. Этот эффект не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны при рассеянии изменяться не должна: под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

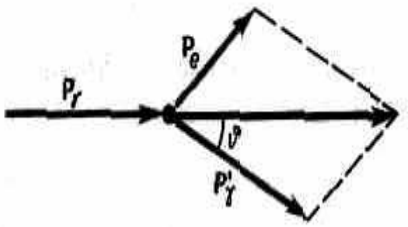


Рис. 291

Объяснение эффекта Комптона дано на основе квантовых представлений о природе света. Если считать, как это делает квантовая теория, что излучение имеет корпускулярную природу, т. е. представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона — результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества (для легких атомов электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными). В процессе этого столкновения фотон передает электрону часть своих энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения.

Наличие в составе рассеянного излучения «несмещенной» линии (излучения первоначальной длины волны) можно объяснить следующим образом. При рассмотрении механизма рассеяния предполагалось, что фотон соударяется лишь со свободным электроном. Однако если электрон сильно связан с атомом, как это имеет место для внутренних электронов (особенно в тяжелых атомах), то фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом. Так как масса атома по сравнению с массой электрона очень велика, то атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона. Поэтому в данном

случае длина волны λ' рассеянного излучения практически не будет отличаться от длины волны λ падающего излучения.

Из приведенных рассуждений следует также, что эффект Комптона не может наблюдаться в видимой области спектра, поскольку энергия фотона видимого света сравнима с энергией связи электрона с атомом, при этом даже внешний электрон нельзя считать свободным.

Эффект Комптона наблюдается не только на электронах, но и на других заряженных частицах, например протонах, однако из-за большой массы протона его отдача «просматривается» лишь при рассеянии фотонов очень высоких энергий.

Как эффект Комптона, так и фотоэффект на основе квантовых представлений обусловлены взаимодействием фотонов с электронами. В первом случае фотон рассеивается, во втором — поглощается. Рассеяние происходит при взаимодействии фотона со свободным электроном, а фото-эффект — со связанными электронами. Можно показать, что при столкновении фотона со свободным электроном не может произойти поглощения фотона, так как это находится в противоречии с законами сохранения импульса и энергии. Поэтому при взаимодействии фотонов со свободными электронами может наблюдаться только их рассеяние, т. е. эффект Комптона.

2)Первая попытка создания на основе накопленных экспериментальных данных модели атома принадлежит Дж. Дж. Томсону (1903). Согласно этой модели, атом представляет собой непрерывно заряженный положительным зарядом шар радиусом порядка 10^{-10} м, внутри которого около своих положений равновесия колеблются электроны; суммарный отрицательный заряд электронов равен положительному заряду шара, поэтому атом в целом нейтрален. Через несколько лет было доказано, что представление о непрерывно распределенном внутри атома положительном заряде ошибочно.

В развитии представлений о строении атома велико значение опытов английского физика Э. Резерфорда по рассеянию α-частиц в веществе. Альфа-частицы возникают при радиоактивных превращениях; они являются положительно заряженными частицами с зарядом 2e и массой, примерно в 7300 раз большей массы электрона. Пучки α-частиц обладают высокой монохроматичностью.

Резерфорд, исследуя прохождение α-частиц в веществе (через золотую фольгу толщиной примерно 1 мкм), показал, что основная их часть испытывает незначительные отклонения, но некоторые α-частицы (примерно одна из 20 000) резко отклоняются от первоначального направления. Так как электроны не могут существенно изменить движение столь тяжелых и быстрых частиц, как α-частицы, то Резерфордом был сделан вывод, что значительное отклонение α-частиц обусловлено их взаимодействием с положительным зарядом большой массы. Однако значительное отклонение испытывают лишь немногие α-частицы; следовательно, лишь некоторые из них проходят вблизи данного положительного заряда. Это, в свою очередь, означает, что положительный

заряд атома сосредоточен в объеме, очень малом по сравнению с объемом атома.

На основании своих исследований Резерфорд в 1911 г. предложил **ядерную (планетарную) модель атома.** Согласно этой модели, вокруг положительного ядра, имеющего заряд *Ze (Z* — порядковый номер элемента в системе Менделеева, *e* — .элементарный заряд), размер 10^{-15}— 10^{-14} м и массу, практически равную массе атома, в области с линейными размерами порядка 10^{-10} м по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома. Так как атомы нейтральны, то заряд ядра равен суммарному заряду электронов, т. е. вокруг ядра должно вращаться Z электронов.

Для простоты предположим, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиуса *r*. При этом кулоновская сила взаимодействия между ядром и электроном сообщает электрону центростремительное ускорение. Второй закон Ньютона для электрона, движущегося по окружности под действием кулоновской силы, имеет вид

$$\frac{Zee}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{m_e v^2}{r}, \qquad (208.1)$$

где m_e и *v* — масса и скорость электрона на орбите радиуса *r,* ε_0 — электрическая постоянная.

Уравнение (208.1) содержит два неизвестных: r и v. Следовательно, существует бесчисленное множество значений радиуса и соответствующих ему значений скорости (а значит, и энергии), удовлетворяющих этому уравнению. Поэтому величины *r, v* (следовательно, и *E)* могут меняться непрерывно, т. е. может испускаться любая, а не вполне определенная порция энергии. Тогда спектры атомов должны быть сплошными. В действительности же опыт показывает, что атомы имеют линейчатый спектр. Из выражения (208.1) следует, что при $r\approx10^{-10}$ м скорость движения электронов $v\approx10^{6}$ м/с, а ускорение $v^2/r=10^{22}$ м/с^2. Согласно электродинамике, ускоренно движущиеся электроны должны излучать электромагнитные волны и вследствие этого непрерывно терять энергию. В результате электроны будут приближаться к ядру и в конце концов упадут на него. Таким образом, атом Резерфорда оказывается неустойчивой системой, что опять-таки противоречит действительности.

Попытки построить модель атома в рамках классической физики не привели к успеху: модель Томсона была опровергнута опытами Резерфорда, ядерная же модель оказалась неустойчивой электродинамически и противоречила опытным данным. Преодоление возникших трудностей потребовало создания качественно новой — квантовой — теории атома.

Первая попытка построить качественно новую — квантовую — теорию атома была предпринята в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором. Он поставил перед собой цель связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ядерную модель атома Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света. В основу своей теории Бор положил два постулата.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не излучает энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v r_n = nh \quad (n=1, 2, 3, \ldots)$$

где m_e — масса электрона, v — его скорость по n-й орбите радиуса r_n, $h=h/(2\pi)$.

Второй постулат Бора (правило частот): при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$h\nu = E_n - E_m,$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний (E_n и E_m — соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)). При $E_m<E_n$ происходит излучение фотона (переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, т. е. переход электрона с более удаленной от ядра орбиты на более близлежащую), при $E_m>E_n$ — его поглощение (переход атома в состояние с большей энергией, т. е. переход электрона на более удаленную от ядра орбиту). Набор возможных дискретных частот $\nu = (E_n-E_m)/h$ квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома.

Теория Бора была крупным шагом в развитии атомной физики и явилась важным этапом в создании квантовой механики. Однако эта теория обладает внутренними противоречиями (с одной стороны, применяет законы классической физики, а с другой — основывается на квантовых постулатах). Она рассмотрела спектры атома водорода и водородоподобных систем и вычислила частоты спектральных линий, однако не смогла объяснить их интенсивности и ответить на вопрос: почему совершаются те или иные переходы? Серьезным недостатком теории Бора была невозможность описания с ее помощью спектра атома гелия — одного из простейших атомов, непосредственно следующего за атомом водорода.

Постулаты, выдвинутые Бором, позволили рассчитать спектр атома водорода и **водородоподобных систем** — систем, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона (например, ионы He^+, Li^{2+}), а также теоретически вычислить постоянную Ридберга.

Следуя Бору, рассмотрим движение электрона в водородоподобной системе, ограничиваясь круговыми стационарными орбитами. Решая совместно уравнение (208.1) $m_e v^2/r=Ze^2/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$, предложенное Резерфордом, и уравнение (210.1), получим выражение для радиуса n-й стационарной орбиты:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{m_e Z e^2}, \qquad (212.1)$$

где n=1, 2, 3, ... Из выражения следует, что радиусы орбит растут пропорционально квадратам целых чисел.

Для атома водорода (Z=1) радиус первой орбиты электрона при n=1, называемый **первым боровским радиусом** (a), равен 52,8 пм, что соответствует расчетам на основании кинетической теории газов. Так как радиусы стационарных орбит измерить невозможно, то для проверки теории необходимо обратиться к таким величинам, которые могут быть измерены экспериментально. Такой величиной является энергия, излучаемая и поглощаемая атомами водорода. Энергия электрона может принимать только следующие дозволенные дискретные значения:

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots), \qquad (212.3)$$

где знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии.

Из формулы следует, что энергетические состояния атома образуют последовательность энергетических уровней, изменяющихся в зависимости от значения *n*. Целое число *n*, определяющее энергетические уровни атома, называется **главным квантовым числом.** Энергетическое состояние с n=1 является **основным (нормальным)** состоянием; состояния с/г>1 являются **возбужденными.** Энергетический уровень, соответствующий основному состоянию атома, называется **основным (нормальным)** уровнем; все остальные уровни являются **возбужденными.**

Придавая *n* различные целочисленные значения, получим для атома водорода (Z=1) возможные уровни энергии, схематически представленные на рис. 294. Энергия атома водорода с увеличением *n* возрастает (уменьшается ее отрицательная величина) и энергетические уровни сближаются к границе, соответствующей значению $n=\infty$. Атом водорода обладает, таким образом, минимальной энергией (E_1=-13,55 эВ) при *n*=1 и максимальной (E_1=0) при n=∞ (при удалении электрона из атома). Следовательно, значение E_∞=0 соответствует **ионизации** атома (отрыву от него электрона).

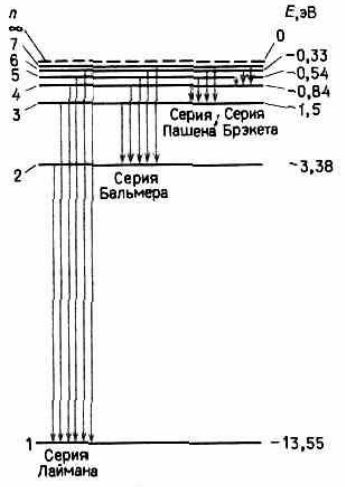


Рис. 294

Согласно второму постулату Бора, при переходе атома водорода (Z=1) из стационарного состояния *n c* большей энергией в стационарное состояние m с меньшей энергией испускается квант

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

откуда частота излучения

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8h^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad (212.4)$$

где $R=m_e e^4/(8h^3\varepsilon^2_0)$.

Воспользовавшись при вычислении R современными значениями универсальных постоянных, получим величину, совпадающую с экспериментальным значением постоянной Ридберга в эмпирических формулах для атома водорода. Это совпадение убедительно доказывает правильность полученной Бором формулы для энергетических уровней водородоподобной системы.

Спектр поглощения атома водорода является линейчатым, но содержит только серию Лаймана. Он также объясняется теорией Бора. Так как свободные атомы водорода обычно находятся в основном состоянии (стационарное состояние с наименьшей энергией при n=1), то при сообщении атомам извне определенной энергии могут наблюдаться лишь переходы атомов из основного состояния в возбужденные (возникает серия Лаймана).

Исследования спектров излучения разреженных газов (т. е. спектров излучения отдельных атомов) показали, что каждому газу присущ вполне определенный линейчатый спектр, состоящий из отдельных спектральных линий или групп близко расположенных линий. Самым изученным является спектр наиболее простого атома — атома водорода.

Швейцарский ученый Бальмер подобрал эмпирическую формулу, описывающую все известные в то время спектральные линии атома водорода в *видимой области спектра:*

$$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n=3,\ 4,\ 5,\ \ldots), \qquad (209.1)$$

где R'=1,10•10^7 $м^{-1}$ **— постоянная Ридберга.** Так как $\nu = c/\lambda$, то формула (209.1) может быть переписана для частот:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n=3,\ 4,\ 5,\ \ldots), \qquad (209.2)$$

где R=R'c=3,29•10^{15} $с^{-1}$ также постоянная Ридберга.

Спектральные линии, отличающиеся различными значениями n, образуют группу или серию линий, называемую **серией Бальмера.** С увеличением n

линии серии сближаются; значение $n=\infty$ определяет **границу серии,** к которой со стороны больших частот примыкает сплошной спектр.

В дальнейшем (в начале XX в.) в спектре атома водорода было обнаружено еще несколько серий. В *ультрафиолетовой области спектра* находится **серия Лаймана:**

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 2,\ 3,\ 4,\ \ldots).$$

В *инфракрасной области спектра* были также обнаружены: **серия Пашена**

$$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 4,\ 5,\ 6,\ \ldots);$$

серия Брэкета

$$\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 5,\ 6,\ 7,\ \ldots);$$

серия Пфунда

$$\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 6,\ 7,\ 8,\ \ldots);$$

серия Хэмфри

$$\nu = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 7,\ 8,\ 9,\ \ldots).$$

Все приведенные выше серии в спектре атома водорода могут быть описаны одной формулой, называемой **обобщенной формулой Бальмера:**

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad (209.3)$$

где m имеет в каждой данной серии постоянное значение, m= 1, 2, 3, 4, 5, 6 (определяет серию), n принимает целочисленные значения начиная с m+1 (определяет отдельные линии этой серии). Исследование более сложных спектров — спектров паров щелочных металлов (например, Li, Na, K) — показало, что они представляются набором незакономерно расположенных линий. Ридбергу удалось разделить их на три серии, каждая из которых располагается подобно линиям бальмеровской серии. Приведенные выше формулы подобраны эмпирически и долгое время не имели теоретического обоснования, хотя и были подтверждены экспериментально.

Лекция 11 Корпускулярно-волновой дуализм

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. Корпускулярно-волновой дуализм.
2. Гипотеза де Бройля. Принцип соответствия. Статистический смысл волновой функции. Соотношение неопределенностей. Волновые свойства микрочастиц и соотношение неопределенностей.

ТЕЗИСЫ

1. Излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона служат доказательством квантовых представлений о свете. С другой стороны, интерференция, дифракция и поляризация света подтверждают волновую природу света. Наконец, давление и преломление света объясняются как волновой, так и квантовой теориями. Таким образом, электромагнитное излучение обнаруживает единство взаимоисключающих свойств — непрерывных (волны) и дискретных (фотоны), которые взаимно дополняют друг друга. Основные уравнения, связывающие корпускулярные свойства электромагнитного излучения (энергия и импульс фотона) с волновыми свойствами (частота или длина волны): $\varepsilon_\gamma=h\nu$, $p_\gamma=h\nu/c=h/\lambda$.

Более детальное рассмотрение оптических явлений приводит к выводу, что свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не следует противопоставлять свойствам дискретности, характерным для фотонов. Свет, обладая *одновременно* корпускулярными и волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении. Так, волновые свойства света проявляются в закономерностях его распространения, интерференции, дифракции, поляризации, а корпускулярные — в процессах взаимодействия света с веществом. Чем больше длина волны, тем меньше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются квантовые свойства света (с этим связано, например, существование «красной границы» фотоэффекта). Наоборот, чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются волновые свойства света (например, волновые свойства (дифракция) рентгеновского излучения обнаружены лишь после применения в качестве дифракционной решетки кристаллов).

Взаимосвязь между двойственными корпускулярно-волновыми свойствами света можно объяснить, если использовать, как это делает квантовая оптика, *статистический подход к* рассмотрению закономерностей распространения света: *квадрат амплитуды световой волны в данной точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в данную точку.*

Французский ученый Луи де Бройль, осознавая существующую в природе симметрию и развивая представления о двойственной корпускулярно-волновой природе света, выдвинул в 1923 г. гипотезу об *универсальности корпускулярно-волнового дуализма.* Де Бройль утверждал, что не только фотоны, но и элек-

троны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами.

Согласно де Бройлю, с *каждым микрообъектом* связываются, с одной стороны, *корпускулярные* характеристики — энергия *E* и импульс *p,* а с другой — *волновые характеристики* — частота ν и длина волны *K.* Количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства частиц, такие же, как для фотонов: $E=h\nu$, $p=h/\lambda$. (213.1). Смелость гипотезы де Бройля заключалась именно в том, что соотношение (213.1) постулировалось не только для фотонов, но и для других микрочастиц, в частности для таких, которые обладают массой покоя. Таким образом, любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны, определяемой по формуле де Бройля: $\lambda=h/p$ (213.2). Это соотношение справедливо для любой частицы с импульсом *p.*

Экспериментальное доказательство наличия волновых свойств микрочастиц привело к выводу о том, что перед нами универсальное явление, общее свойство материи. Но тогда волновые свойства должны быть присущи и макроскопическим телам. Представление о двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества углубляется еще тем, что на частицы вещества переносится связь между полной энергией частицы и частотой ν волн де Бройля: e=hν (213.3). Это свидетельствует о том, что соотношение между энергией и частотой имеет характер *универсального соотношения,* справедливого как для фотонов, так и для любых других микрочастиц.

Подтвержденная экспериментально гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме свойств вещества коренным образом изменила представления о свойствах микрообъектов. Всем микрообъектам присущи и корпускулярные, и волновые свойства; в то же время любую из микрочастиц нельзя считать ни частицей, ни волной в классическом понимании.

Рассмотрим свободно движущуюся со скоростью *v* частицу. Групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы. Групповая скорость фотона $u=pc^2/E=mcc^2/mc^2=c$, т. е. равна скорости самого фотона. Волны де Бройля испытывают дисперсию. Это обстоятельство сыграло в свое время большую роль в развитии положений квантовой механики.

Согласно двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества, для описания микрочастиц используются то волновые, то корпускулярные представления. Поэтому приписывать им все свойства частиц и все свойства волн нельзя. В классической механике всякая частица движется по определенной траектории, так что в любой момент времени точно фиксированы ее координата и импульс. Микрочастицы из-за наличия у них волновых свойств существенно отличаются от классических частиц. Одно из основных различий заключается в том, что нельзя говорить о движении микрочастицы по определенной траектории и неправомерно говорить об одновременных точных значениях ее координаты и импульса. Это следует из корпускулярно-волнового дуализма. Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга, микрочастица (микрообъект) не может иметь одновременно и определенную координату *(x, y, z),* и определенную

соответствующую проекцию импульса (p_x, p_y, p_z), причем неопределенности этих величин удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \geqslant h, \\ \Delta y \Delta p_y \geqslant h, \\ \Delta z \Delta p_z \geqslant h, \end{cases} \qquad (215.1)$$

т. е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка h. Для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и импульс имели бы одновременно точные значения. Отсюда вытекает и фактическая невозможность одновременно с любой наперед заданной точностью измерить координату и импульс микрообъекта.

Пусть поток электронов проходит через узкую щель шириной Δx, расположенную перпендикулярно направлению их движения (рис.295). Дифракционная картина, наблюдаемая на экране (Э), характеризуется главным максимумом, расположенным симметрично оси *Y,* и побочными максимумами по обе стороны от главного. До прохождения через щель электроны двигались вдоль оси К, поэтому составляющая импульса $p_x=0$, так что $\Delta p_x=0$, а координата *x* частицы является совершенно неопределенной. В момент прохождения электронов через щель их положение в направлении оси *X* определяется с точностью до ширины щели, т. е. с точностью Δx. В этот же момент вследствие дифракции электроны отклоняются от первоначального направления и будут двигаться в пределах угла 2φ (φ — угол, соответствующий первому дифракционному минимуму). Следовательно, появляется неопределенность в значении составляющей импульса вдоль оси *X,* которая, как следует из рис. 295 и формулы (213.1), равна $\Delta p_x = p\sin\varphi = (h/\lambda)\sin\varphi$. (215.2) Для простоты ограничимся рассмотрением только тех электронов, которые попадают на экран в пределах главного максимума. Из теории дифракции известно, что первый минимум соответствует углу φ, удовлетворяющему условию $\Delta x \sin\varphi = \lambda$, (215.3), где Δx — ширина щели, а λ - длина волны де Бройля. Из формул получим $\Delta x \Delta p_x = h$. Следовательно, получаем выражение $\Delta x \Delta p_x \geq h$, т.е. соотношение неопределенностей.

Невозможность одновременно точно определить координату и соответствующую составляющую импульса не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, а является следствием специфики микрообъектов, отражающей особенности их объективных свойств, а именно двойственной корпускулярно-волновой природы. Соотношение неопределенностей получено при одновременном использовании классических характеристик движения частицы (координаты, импульса) и наличия у нее волновых свойств. Так как в классической механике принимается, что измерение координаты и импульса может быть произведено с любой точностью, то *соотношение неопределенностей является,* таким образом, *квантовым ограничением применимости классической механики к микрообъектам.*

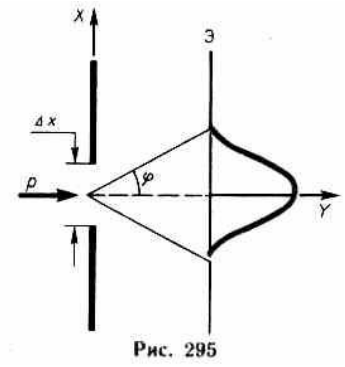


Рис. 295

Соотношение неопределенностей, отражая специфику физики микрочастиц, позволяет оценить, например, в какой мере можно применять понятия классической механики к микрочастицам, в частности с какой степенью точности можно говорить о траекториях микрочастиц. Известно, что движение по траектории характеризуется в любой момент времени определенными значениями координат и скорости. Выразим соотношение неопределенностей (215.1) в виде $\Delta x \Delta v_x \geq h/m$. (215.4)

Из этого выражения следует, что чем больше масса частицы, тем меньше неопределенности ее координаты и скорости и, следовательно, с тем большей точностью можно применять к этой частице понятие траектории. Таким образом, для макроскопических тел их волновые свойства не играют никакой роли. В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии E и времени t, т. е. неопределенности этих величин удовлетворяют условию $\Delta E \Delta t \geq h$.

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте волны де-Бройля.
2. Испытывают ли волны де-Бройля дисперсию?
3. Какие фундаментальные типы взаимодействий осуществляются в природе?
4. Какой из них является универсальным?
5. Чем определяется в квантовой механике состояние микрообъекта?

Лекция 12 Атомное ядро

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Строение атомных ядер. Модели ядра.
2. Ядерные силы. Обменный характер ядерных сил. Закономерности альфа, бета и гамма-излучения.

ТЕЗИСЫ

1. Э.Резерфорд, исследуя прохождение α-частиц с энергией в несколько мегаэлектрон-вольт через тонкие пленки золота, пришел к выводу о том, что атом состоит из положительно заряженного ядра и окружающих его электронов. Проанализировав эти опыты, Резерфорд также показал, что атомные ядра имеют размеры примерно 10^{-14}—10^{-15} м (линейные размеры атома примерно 10^{-10} м).

Атомное ядро состоит из элементарных частиц — **протонов и нейтронов.** Протон *(p)* имеет положительный заряд, равный заряду электрона, и массу покоя $m_p=1{,}6726\cdot10^{-27}$ кг $\approx 1836 m_e$, где m_e — масса электрона. Нейтрон *(n)* — нейтральная частица с массой покоя $m_n=1{,}6749\cdot10^{-27}$кг $\approx 1839 m_e$,. Протоны и нейтроны называются **нуклонами** (от лат. nucleus — ядро). Общее число нуклонов в атомном ядре называется **массовым числом *A*.**

Атомное ядро характеризуется **зарядом** Ze, где *e* — заряд протона, Z — **зарядовое число** ядра, равное числу протонов в ядре и совпадающее с порядковым номером химического элемента в Периодической системе элементов Менделеева. Известные в настоящее время 107 элементов таблицы Менделеева имеют зарядовые числа ядер от Z=1 до Z=107. Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом: ${}^{A}_{Z}X$, где X — символ химического элемента, Z — атомный номер (число протонов в ядре), *A* — массовое число (число нуклонов в ядре).

Так как атом нейтрален, то заряд ядра определяет и число электронов в атоме. От числа же электронов зависит их распределение по состояниям в атоме, от которого, в свою очередь, зависят химические свойства атома. Следовательно, заряд ядра определяет специфику данного химического элемента, т. е. определяет число электронов в атоме, конфигурацию их электронных оболочек, величину и характер внутриатомного электрического поля.

Ядра с одинаковыми Z, но разными *A* (т. е. с разными числами нейтронов $N = A$ — Z) называются **изотопами,** а ядра с одинаковыми A, но разными Z — **изобарами.** Например, водород (Z=1) имеет три изотопа: ${}^{1}_{1}H$ — протий (Z=1, N=0), ${}^{2}_{1}H$ — дейтерий (Z=1, *N*=1), ${}^{3}_{1}H$ — тритий (Z= 1, N= 2), олово — десять, и т. д. В подавляющем большинстве случаев изотопы одного и того же химического элемента обладают одинаковыми химическими и почти одинаковыми физическими свойствами (исключение составляют, например, изотопы водорода), определяющимися в основном структурой электронных оболочек, которая является одинаковой для всех изотопов данного элемента. Примером ядер-изобар могут служить ядра ${}^{10}_{4}Be$, ${}^{10}_{5}B$, ${}^{10}_{6}C$. В настоящее время известно более 2000 ядер, отличающихся либо Z, либо A, либо тем и другим.

Радиус ядра задается формулой

$$R = R_0 A^{1/3}$$

где $R_0=(1{,}3—1{,}7)\ 10^{-15}$м. Однако при употреблении этого термина необходимо соблюдать осторожность (из-за его неоднозначности, например из-за размытости границы ядра). Из формулы вытекает, что объем ядра пропорционален числу нуклонов в ядре. Следовательно, плотность ядерного вещества примерно одинакова для всех ядер ($\approx 10^{17}$ кг/м^3).

Из закона сохранения энергии вытекает и обратное: для разделения ядра на составные части необходимо затратить такое же количество энергии, которое выделяется при его образовании. Энергия, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, называется энергией связи ядра $E_{св}=[Zm_p + (A-Z)m_n-m_я]c^2$. Величина $\Delta m=[Zm_p + (A- Z)m_n-m_я$ называется дефектом массы ядра. На эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра. Часто вместо энергии связи рассматривают удельную энергию связи $\delta E_{св}$ — энергию связи, отнесенную к одному нуклону. Она характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер, т. е. чем больше $\delta E_{св}$, тем устойчивее ядро. Удельная энергия связи зависит от массового числа A элемента (рис. 342).

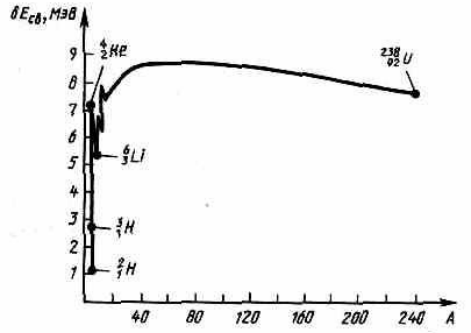


Рис. 342

Собственный момент импульса ядра — спин ядра — складывается из спинов нуклонов и из орбитальных моментов импульса нуклонов (моментов импульса, обусловленных движением нуклонов внутри ядра). Обе эти величины являются векторами, поэтому спин ядра представляет их векторную сумму. Спин ядра *квантуется* по закону

$$L_я=h\sqrt{I(I+1)}$$

где I — спиновое ядерное квантовое число (его часто называют просто спином ядра), которое принимает целые или полуцелые значения 0, $^1/_2$, 1, $^3/_2$, ... Ядра с четными A имеют целые I, с нечетными — полуцелые I.

В настоящее время под радиоактивностью понимают способность некоторых атомных ядер самопроизвольно (спонтанно) превращаться в другие ядра с испусканием различных видов радиоактивных излучений и элементарных частиц. Радиоактивность подразделяется на естественную (наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе) и искусственную (наблюдается у изотопов, полученных посредством ядерных

реакций). Принципиального различия между этими двумя типами радиоактивности нет, так как законы радиоактивного превращения в обоих случаях одинаковы.

Под радиоактивным распадом, или просто распадом, понимают естественное радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно. Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским, возникающее ядро — дочерним.

Радиоактивный распад происходит в соответствии с так называемыми правилами смещения, позволяющими установить, какое ядро возникает в результате распада данного материнского ядра. Правила смещения:

для α-распада $^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$

для β-распада $^{A}_{Z}X \rightarrow + {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$

где $^{A}_{Z}X$ — материнское ядро, Y — символ дочернего ядра, $^{4}_{2}He$ — ядро гелия (α-частица), $^{0}_{-1}e$— символическое обозначение электрона (заряд его равен — 1, а массовое число — нулю). Правила смещения являются ничем иным, как следствием двух законов, выполняющихся при радиоактивных распадах,— сохранения электрического заряда и сохранения массового числа: сумма зарядов (массовых чисел) возникающих ядер и частиц равна заряду (массовому числу) исходного ядра.

2. Между составляющими ядро нуклонами действуют особые, специфические для ядра силы, значительно превышающие кулоновские силы отталкивания между протонами. Они называются ядерными силами. Их свойства:

1) ядерные силы являются *силами притяжения;*

2) ядерные силы являются *короткодействующими* — их действие проявляется только на расстояниях примерно 10^{-15}м. При увеличении расстояния между нуклонами ядерные силы быстро уменьшаются до нуля, а при расстояниях, меньших их радиуса действия, оказываются примерно в 100 раз больше кулоновских сил, действующих между протонами на том же расстоянии;

3) ядерным силам свойственна *зарядовая независимость:* ядерные силы, действующие между двумя протонами, или двумя нейтронами, или, наконец, между протоном и нейтроном, одинаковы по величине. Отсюда следует, что ядерные силы имеют неэлектрическую природу;

4) ядерным силам свойственно *насыщение,* т. е. каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов. Насыщение проявляется в том, что удельная энергия связи нуклонов в ядре (если не учитывать легкие ядра) при увеличении числа нуклонов не растет, а остается приблизительно постоянной;

5) ядерные силы зависят от взаимной *ориентации спинов* взаимодействующих нуклонов. Например, протон и нейтрон образуют дейтрон только при условии параллельной ориентации их спинов;

6) ядерные силы *не являются центральными, т.* е. действующими по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов.

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются изобары и изотопы?
2. Почему прочность ядер уменьшается при переходе к тяжелым элементам?
3. Как изменится положение химического элемента в таблице Менделеева после двух α-распадов ядер его атомов? после последовательных одного α-распада и двух β^--распадов?
4. По каким признакам можно классифицировать ядерные реакции?
5. Под действием каких частиц (α-частиц, нейтронов) ядерные реакции более эффективны? Почему?

Лекция 14 Ядерные реакции. Элементарные частицы

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Ядерные реакции. Радиоактивные превращения атомных ядер.
2. Реакции ядерного деления. Цепная реакция деления.
3. Сильное, электромагнитное, слабое, гравитационное взаимодействие.

ТЕЗИСЫ ЛЕКЦИИ

1. Ядерные реакции — это превращения атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами (в том числе и с γ-квантами) или друг с другом. В любой ядерной реакции выполняются *законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел:* сумма зарядов (массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядов (массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции. Выполняются также *законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.* В отличие от радиоактивного распада, который протекает всегда с выделением энергии, ядерные реакции могут быть как экзотермическими (с выделением энергии), так и эндотермическими (с поглощением энергии).

В ядерной физике вводится характерное ядерное время — время, необходимое для пролета частицей расстояния порядка величины, равной диаметру ядра ($d \approx 10^{-15}$м). Ядерные реакции классифицируются по следующим признакам:

1) *по роду участвующих в них частиц* — реакции под .действием нейтронов; реакции под действием заряженных частиц (например, протонов, дейтронов, α-частиц); реакции под действием γ-квантов;

2) *по энергии вызывающих их частиц* — реакции при малых энергиях (порядка электрон-вольт), происходящие в основном с участием нейтронов; реакции при средних энергиях (до нескольких мегаэлектрон-вольт), происходящие с участием γ-квантов и заряженных частиц (протоны, α-частицы); реакции при высоких энергиях (сотни и тысячи мегаэлектрон-вольт), приводящие к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц и имеющие большое значение для их изучения;

3) *по роду участвующих в них ядер* — реакции на легких ядрах ($A<50$); реакции на средних ядрах ($50<A<100$); реакции на тяжелых ядрах ($A>100$);

4) *по характеру происходящих ядерных превращений* — реакции с испусканием нейтронов; реакции с испусканием заряженных частиц; реакции захвата (в случае этих реакций составное ядро не испускает никаких частиц, а переходит в основное состояние, излучая один или несколько γ-квантов).

Первая в истории ядерная реакция осуществлена Э.Резерфордом (1919) при бомбардировке ядра азота α-частицами, испускаемыми радиоактивным источником:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow ^{17}_{8}\mathrm{O} + ^{1}_{1}p.$$

П. Дираком было получено релятивистское волновое уравнение для электрона, которое позволило объяснить все основные свойства электрона, в

том числе наличие у него спина и магнитного момента. Замечательной особенностью уравнения Дирака оказалось то, что из него для полной энергии свободного электрона получались не только положительные, но и отрицательные значения. Этот результат мог быть объяснен лишь предположением о существовании античастицы электрона — позитрона.

Жолио-Кюри — Фредерик (1900— 1958) и Ирен (1897—1956),— бомбардируя различные ядра α-частицами (1934), обнаружили искусственно-радиоактивные ядра, испытывающие β^--распад, а реакции на B, Al и Mg привели к искусственно-радиоактивным ядрам, претерпевающим β^+-распад, или позитронный распад:

$$^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}n,$$

$$^{13}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}_{6}\mathrm{C} + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu_e;$$

$$^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{31}_{15}\mathrm{P} \rightarrow {}^{30}_{15}\mathrm{P} + {}^{1}_{0}n,$$

$$^{30}_{15}\mathrm{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu_e;$$

$$^{24}_{12}\mathrm{Mg} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{28}_{14}\mathrm{Si} \rightarrow {}^{27}_{14}\mathrm{Si} + {}^{1}_{0}n,$$

$$^{27}_{14}\mathrm{Si} \rightarrow {}^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu_e$$

Наличие в этих реакциях позитронов доказано при изучении их треков в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле. Таким образом, в экспериментах Жолио-Кюри, с одной стороны, открыта искусственная радиоактивность, а с другой — впервые обнаружен позитронный радиоактивный распад.

Характер ядерных реакций под действием нейтронов зависит от их скорости (энергии). В зависимости от энергии нейтроны условно делят на две группы: медленные и быстрые. Область энергий медленных нейтронов включает в себя область ультрахолодных (с энергией до 10^{-7}эВ), очень холодных (10^{-7}—10^{-4} эВ), холодных (10^{-4} — 10^{-3}эВ), тепловых (10^{-3} — 0,5 эВ) и резонансных (0,5—10^4эВ) нейтронов. Ко второй группе можно отнести быстрые (10^4—10^8эВ), высокоэнергетичные (10^8—10^{10} эВ) и релятивистские $\geq 10^{10}$ эВ) нейтроны.

Замедлить нейтроны можно, пропуская их через какое-либо вещество, содержащее водород (например, парафин, вода). Проходя через такие вещества, быстрые нейтроны испытывают рассеяние на ядрах и замедляются до тех пор, пока их энергия не станет равной, например, энергии теплового движения атомов вещества-замедлителя, т. е. равной приблизительно kT.

Реакция деления ядра: тяжелое ядро под действием нейтронов, а как впоследствии оказалось, и других частиц делится на несколько более легких ядер (осколков), чаще всего на два ядра, близких по массе.

Замечательной особенностью деления ядер является то, что оно сопровождается испусканием двух-трех вторичных нейтронов, называемых нейтронами деления. Так как β^--распад сопровождается превращением нейтрона в протон, то после цепочки β^--превращений соотношение между ней-

тронами и протонами в осколке достигнет величины, соответствующей стабильному изотопу.

В основу теории деления атомных ядер (Н. Бор, Я. И. Френкель) положена капельная модель ядра). Ядро рассматривается как капля электрически заряженной несжимаемой жидкости (с плотностью, равной ядерной, и подчиняющейся законам квантовой механики), частицы которой при попадании нейтрона в ядро приходят в колебательное движение, в результате чего ядро разрывается на две части, разлетающиеся с огромной энергией.

Испускаемые при делении ядер вторичные нейтроны могут вызвать новые акты деления, что делает возможным осуществление цепной реакции деления — ядерной реакции, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции. Цепная реакция деления характеризуется коэффициентом размножения k нейтронов, который равен отношению числа нейтронов в данном поколении к их числу в предыдущем поколении. *Необходимым условием* для развития цепной реакции деления является *требование* $k \geq 1$.

Оказывается, что не все образующиеся вторичные нейтроны вызывают последующее деление ядер, что приводит к уменьшению коэффициента размножения. Во-первых, из-за конечных размеров активной зоны (пространство, где происходит цепная реакция) и большой проникающей способности нейтронов часть из них покинет активную зону раньше, чем будет захвачена каким-либо ядром. Во-вторых, часть нейтронов захватывается ядрами неделящихся примесей, всегда присутствующих в активной зоне. Кроме того, наряду с делением могут иметь место конкурирующие процессы радиационного захвата и неупругого рассеяния.

Коэффициент размножения зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа — от его количества, а также размеров и формы активной зоны. Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются критическими размерами. Минимальная масса делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимая для осуществления цепной реакции, называется критической массой.

Цепные реакции делятся на управляемые и неуправляемые. Взрыв атомной бомбы, например, является неуправляемой реакцией. Чтобы атомная бомба при хранении не взорвалась, в ней $^{235}_{92}U$ (или $^{239}_{94}Pu$) делится на две удаленные друг от друга части с массами ниже критических. Затем с помощью обычного взрыва эти массы сближаются, общая масса делящегося вещества становится больше критической и возникает взрывная цепная реакция, сопровождающаяся мгновенным выделением огромного количества энергии и большими разрушениями. Взрывная реакция начинается за счет имеющихся нейтронов спонтанного деления или нейтронов космического излучения. Управляемые цепные реакции осуществляются в ядерных реакторах.

В природе имеется три изотопа, которые могут служить ядерным топливом ($^{235}_{92}U$: в естественном уране его содержится примерно 0,7 %) или сырьем для его получения ($^{232}_{90}Th$ и $^{238}_{92}U$: в естественном уране его

содержится примерно 99,3%). $^{232}_{90}Th$ служит исходным продуктом для получения искусственного ядерного топлива $^{233}_{92}U$ (см. реакцию (265.2)), а $^{238}_{92}U$, поглощая нейтроны, посредством двух последовательных β^--распадов — для превращения в ядро $^{239}_{94}Pu$..

Лекция 14 Атом и молекула водорода в квантовой теории

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Временное и стационарное уравнение Шредингера. Частица в одномерной прямоугольной яме. Прохождение частицы через потенциальный барьер.
2. Атом и молекула водорода в квантовой теории. Уравнение Шредингера для атома водорода.

ТЕЗИСЫ

1. Экспериментальное подтверждение идеи де Бройля об универсальности корпускулярно-волнового дуализма, ограниченность применения классической механики к микрообъектам, диктуемая соотношением неопределенностей, а также противоречие целого ряда экспериментов с применяемыми в начале XX в. теориями привели к новому этапу развития квантовой теории — созданию **квантовой механики,** описывающей законы движения и взаимодействия микрочастиц с учетом их волновых свойств. Ее создание и развитие охватывает период с 1900 г. (формулировка Планком квантовой гипотезы) до 20-х годов XX в.; оно связано прежде всего с работами австрийского физика Э.Шредингера, немецкого физика В. Гейзенберга и английского физика П.Дирака.

Статистическое толкование волн де Бройля и соотношение неопределенностей Гейзенберга привели к выводу, что уравнением движения в квантовой механике, описывающим движение микрочастиц в различных силовых полях, должно быть уравнение, из которого бы вытекали наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Основное уравнение должно быть уравнением относительно волновой функции $\psi(x, y, z, t)$, так как именно она, или, точнее, величина $|\psi|^2$, определяет вероятность пребывания частицы в момент времени t в объеме dV, т. е. в области с координатами x и $x+dx$, y и $y+dy$, z и $z+dz$.

Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики сформулировано в 1926 г. Э. Шредингером:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x, y, z, t)\,\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \qquad (217.1)$$

где $\hbar=h/(2\pi)$, m — масса частицы Δ - оператор Лапласа ($\Delta\psi=\partial^2\psi/\partial x^2 + \partial^2\psi/\partial y^2 + \partial^2\psi/\partial z^2$), i — мнимая единица, $U(x, y, z, t)$ — потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется, $\psi(x, y, z, t)$ — искомая волновая функция частицы. Уравнение справедливо для любой частицы, движущейся с малой (по сравнению со скоростью света) скоростью, т. е. со скоростью $v<<c$. Оно дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию: 1) волновая функция должна быть конечной, однозначной и непрерывной 2) производные $\partial\psi/\partial x$, $\partial\psi/\partial y$, $\partial\psi/\partial z$, $\partial\psi/\partial t$ должны быть непрерывны; 3) функция $|\psi|^2$ должна быть интегрируема; это условие в простейших случаях сводится к условию нормировки вероятностей. Уравнение

(217.1) является общим уравнением Шредингера. Его также называют уравнением Шредингера, зависящим от времени. Для многих физических явлений, происходящих в микромире, уравнение (217.1) можно упростить, исключив зависимость ψ от времени, иными словами, найти уравнение Шредингера для стационарных состояний — состояний с фиксированными значениями энергии.

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0. \quad (217.5)$$

Уравнение (217.5) называется уравнением Шредингера для стационарных состояний. В это уравнение в качестве параметра входит полная энергия E частицы. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что подобные уравнения имеют бесчисленное множество решений, из которых посредством наложения граничных условий отбирают решения, имеющие физический смысл. Для уравнения Шредингера такими условиями являются условия регулярности волновых функций: волновые функции должны быть конечными, однозначными и непрерывными вместе со своими первыми производными. Таким образом, реальный физический смысл имеют только такие решения, которые выражаются регулярными функциями ψ . Но регулярные решения имеют место не при любых значениях параметра E, a лишь при определенном их наборе, характерном для данной задачи. Эти значения энергии называются собственными. Решения же, которые соответствуют собственным значениям энергии, называются собственными функциями. Собственные значения E могут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд. В первом случае говорят о непрерывном, или сплошном, спектре, во втором — о дискретном спектре.

В квантовой механике состояние микрообъекта полностью определяется волновой функцией $\psi(x, y, z, t)$, квадрат модуля которой $|\psi(x, y, z, t)|^2$ задает плотность вероятности нахождения частицы в точке с координатами x, y, z. В свою очередь, волновая функция $\psi(x, y, z, t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера (217.1), содержащему первую производную функции ψ по времени. Следовательно, начальное состояние ψ_0 есть причина, а состояние ψ в последующий момент — следствие. Таким образом, состояние системы микрочастиц, определенное в квантовой механике, однозначно вытекает из предшествующего состояния, как того требует принцип причинности.

При движении свободной частицы ($U(x)=0$) ее полная энергия совпадает с кинетической. Для свободной частицы, движущейся вдоль оси x, уравнение Шредингера (217.5) для стационарных состояний примет вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0. \quad (219.1)$$

Таким образом, свободная квантовая частица описывается плоской монохроматической волной де Бройля.

2. Проведем качественный анализ решений уравнения Шредингера применительно к частице в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с

бесконечно высокими «стенками». Такая «яма» описывается потенциальной энергией вида (для простоты принимаем, что частица движется вдоль оси *x)*

$$U(x)=\begin{cases}\infty, & x<0,\\ 0, & 0\leqslant x\leqslant l,\\ \infty, & x>l,\end{cases}$$

где *l*— ширина «ямы», а энергия отсчитывается от ее дна (рис. 296). Уравнение Шредингера (217.5) для стационарных состояний в случае одномерной задачи запишется в виде

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\,\psi=0. \quad (220.1)$$

По условию задачи (бесконечно высокие «стенки»), частица не проникает за пределы «ямы», поэтому вероятность ее обнаружения за пределами «ямы» равна нулю. На границах «ямы» (при $x=0$ и $x=l$) непрерывная волновая функция также должна обращаться в нуль. Следовательно, граничные условия в данном случае имеют вид $\psi(0)=\psi(l)=0$. (220.2).

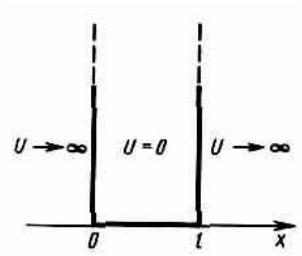


Рис. 296

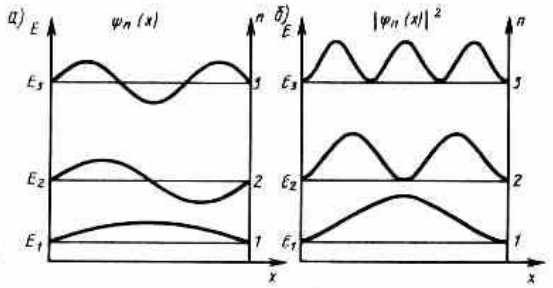


Рис. 297

Отсюда $E_n=n^2\pi^2h^2/2ml^2$ (n=1,2,3,...) (220.7), т. е. стационарное уравнение Шредингера, описывающее движение частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками», удовлетворяется только при собственных значениях E_n, зависящих от целого числа *n.* Следовательно, энергия E_n частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» принимает лишь определенные дискретные значения, т. е. квантуется. Квантованные значения энергии E_n называются уровнями энергии, а число *n*, определяющее энергетические уровни частицы, называется главным квантовым числом. Таким образом, микрочастица в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» может находиться только на определенном энергетическом уровне £„, или, как говорят, частица находится в квантовом состоянии *n.*

Графики собственных функций, соответствующие уровням энергии (220.7) при n=1,2,3, приведены на рис. 297, *а.* На рис. 297, *б* изображена плотность вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от «стенок» ямы, равная $|\psi_n(x)|^2=\psi_n(x)\,\psi^*_n(x)$ для n=1, 2 и 3. Из рисунка следует, что, например, в квантовом состоянии с n=2 частица не может находиться в середине «ямы», в то время как одинаково часто может пребывать в ее левой и правой частях. Такое поведение частицы указывает на то, что представления о траекториях частицы в квантовой механике несостоятельны. Таким образом, применение уравнения Шредингера к частице в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» приводит к квантованным значениям

энергии, в то время как классическая механика на энергию этой частицы никаких ограничений не накладывает.

Рассмотрим потенциальный барьер простейшей прямоугольной формы (рис. 298, а) для одномерного (по оси *x*) движения частицы.

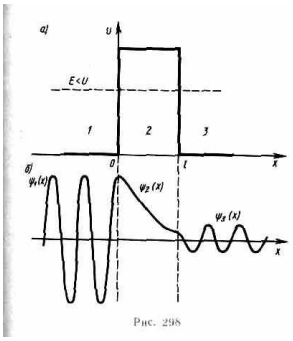


Рис. 298

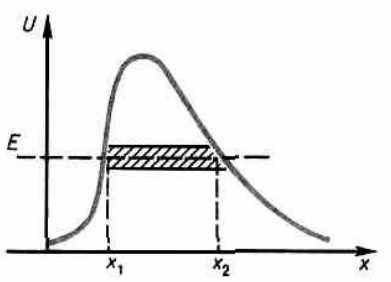


Рис. 299

Для потенциального барьера прямоугольной формы высоты *U* и ширины *l*

$$U(x)=\begin{cases}0, & x<0 \quad \text{(для области 1)},\\ U, & 0\leqslant x\leqslant l \quad \text{(для области 2)},\\ 0, & x>l \quad \text{(для области 3)}.\end{cases}$$

При данных условиях задачи классическая частица, обладая энергией *E,* либо беспрепятственно пройдет над барьером (при E>U), либо отразится от него (при *E<U)* и будет двигаться в обратную сторону, т. е. она не может проникнуть сквозь барьер. Для микрочастицы же даже при *E>U* имеется отличная от нуля вероятность, что частица отразится от барьера и будет двигаться в обратную сторону. При *E<U* имеется также отличная от нуля вероятность, что частица окажется в области *x>l,* т.е. проникает сквозь барьер. Учитывая значение *q* и B_3=0, получим решения уравнения Шредингера для трех областей в следующем виде: $\psi_1(x)=A_1e^{ikx}+B_1e^{-ikx}$ (для области *1*), $\psi_2(x)=A_2e^{-\beta x}+B_2e^{\beta x}$ (221.5) (для области *2*), $\psi_3(x)=A_3e^{ikx}$ (для области *3*). В области *2* функция (221.5) уже не соответствует плоским волнам, распространяющимся в обе стороны, поскольку показатели степени экспонент не мнимые, а действительные. Качественный вид функций $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ и $\psi_3(x)$ показан на рис. 298, б. Из рисунка следует, что волновая функция не равна нулю и внутри барьера, а в области *3,* если барьер не очень широк, будет опять иметь вид волн де Бройля с тем же импульсом, т. е. с той же частотой, но с меньшей амплитудой. Следовательно, получили, что частица имеет отличную от нуля вероятность прохождения сквозь потенциальный барьер конечной ширины. Квантовая механика приводит к специфическому квантовому явлению **туннельного эффекта,** в результате которого микрообъект может «пройти» сквозь потенциальный барьер. С классической точки зрения прохождение частицы сквозь потенциальный барьер при *E<U* невозможно, так как частица, находясь в области барьера, должна была бы обладать отрицательной кинетической энергией.

Лекция 15 Элементы современной физики

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Элементы квантовой электроники. Спонтанное и вынужденное излучение. Лазеры.
2. Элементы квантовой статистики. Понятие о квантовых статистиках Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака. Электропроводность металлов.

ТЕЗИСЫ

1. Квантовая статистика — раздел статистической физики, исследующий системы, которые состоят из огромного числа частиц, подчиняющихся законам квантовой механики. В отличие от исходных положений классической статистической физики, в которой тождественные частицы различимы (частицу можно отличить от всех таких же частиц), квантовая статистика основывается на принципе неразличимости тождественных частиц. При этом оказывается, как будет показано ниже, что коллективы частиц с целым и полуцелым спинами подчиняются разным статистикам.

Явное выражение функции распределения в самом общем виде получил американский физик Д. Гиббс (1839—1903). Оно называется каноническим распределением Гиббса. В квантовой статистике каноническое распределение Гиббса имеет вид $l(E_n) = Ae^{-En/(kT)}$ (234.3), где A — постоянная, определяемая из условия нормировки к единице, n — совокупность всех квантовых чисел, характеризующих данное состояние.

Идеальный газ из бозонов — бозе-газ — описывается квантовой статистикой Бозе — Эйнштейна. Распределение бозонов по энергиям вытекает из так называемого большого канонического распределения Гиббса (с переменным числом частиц) при условии, что число тождественных бозонов в данном квантовом состоянии может быть любым:

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i-\mu)/(kT)}-1}. \qquad (235.1)$$

Это распределение называется распределением Бозе — Эйнштейна. Здесь $<Ni>$ — среднее число бозонов в квантовом состоянии с энергией E_i, k — постоянная Больцмана, T — термодинамическая температура, μ — химический потенциал; μ не зависит от энергии, а определяется только температурой и плотностью числа частиц. Химический потенциал находится обычно из условия, что сумма всех $<N_i>$ равна полному числу частиц в системе. Здесь $\mu \le 0$, так как иначе среднее число частиц в данном квантовом состоянии отрицательно, что не имеет физического смысла. Он определяет изменение внутренней энергии системы при добавлении к ней одной частицы при условии, что все остальные величины, от которых зависит внутренняя энергия (энтропия, объем), фиксированы.

Идеальный газ из фермионов — ферми-газ — описывается квантовой статистикой Ферми — Дирака. Распределение фермионов по энергиям имеет вид

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i-\mu)/(kT)}+1}, \quad (235.2)$$

где $<N_i>$—среднее число фермионов в квантовом состоянии с энергией E_i, μ — химический потенциал. В отличие от (235.1) μ может иметь положительное значение (это не приводит к отрицательным значениям чисел $<N_i>$). Это распределение называется распределением Ферми — Дирака $(E_i-\mu)/(kT)$. Таким образом, при высоких температурах оба «квантовых» газа ведут себя подобно классическому газу.

Для фермионов (электроны являются фермионами) среднее число частиц в квантовом состоянии и вероятность заселенности квантового состояния совпадают, так как квантовое состояние либо может быть не заселено, либо в нем будет находиться одна частица. Это означает, что для фермионов $<N(E)> = f(E)$, где $f(E)$ — функция распределения электронов по состояниям. Из (236.1) следует, что при T=0 К функция распределения $<N(E)\geq 1$, если $E<\mu_0$, и $<N(E)\geq 0$, если $E>\mu_0$. График этой функции приведен на рис. 312, *а*. В области энергий от 0 до μ_0 функция $<N(E)>$ равна единице. При $E=\mu_0$ она скачкообразно изменяется до нуля. Это означает, что при T=0 К все нижние квантовые состояния, вплоть до состояния с энергией $E=\mu_0$, заполнены электронами, а все состояния с энергией, большей μ_0, свободны.

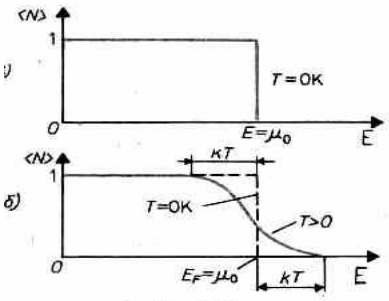


Рис. 312

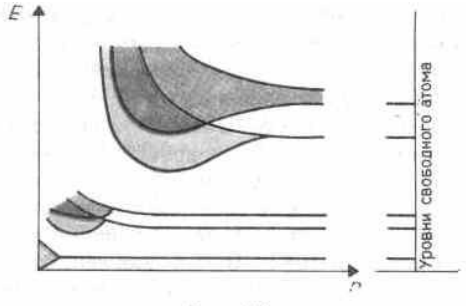


Рис. 313

Распределение Ферми — Дирака

$$\langle N(E) \rangle = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(kT)}+1}. \quad (236.2)$$

Наивысший энергетический уровень, занятый электронами, называется уровнем Ферми. Уровню Ферми соответствует энергия Ферми E_F, которую имеют электроны на этом уровне.

При температурах, отличных от 0 К, функция распределения Ферми — Дирака (236.2) плавно изменяется от 1 до 0 в узкой области (порядка kT) *в* окрестности E_F (рис. 312, б). Это объясняется тем, что при T>0 небольшое число электронов с энергией, близкой к E_F, возбуждается за счет теплового движения и их энергия становится больше E_F. Вблизи границы Ферми при $E<E_F$ заполнение электронами меньше единицы, а при $E>E_F$ — больше нуля. В тепловом движении участвует лишь небольшое число электронов, например при комнатной температуре $T \approx 300$ К и температуре вырождения $T_0=3\cdot10^4$ К,— это 10^{-5} от общего числа электронов.

Классическая теория не смогла объяснить также зависимость теплоемкости твердых тел от температуры, а квантовая статистика решила эту задачу. Энергия кристаллической решетки рассматривается как энергия фононного газа, подчиняющегося статистике Бозе — Эйнштейна, так как фононы являются бозонами (их спин равен нулю). Фононы могут испускаться и поглощаться, но их число не сохраняется постоянным.

Применение статистики Бозе — Эйнштейна к фононному газу — газу из невзаимодействующих бозе-частиц — привело П. Дебая к количественному выводу, согласно которому при высоких температурах, когда $T>>T_D$ (классическая область), теплоемкость твердых тел описывается законом Дюлонга и Пти, а при низких температурах, когда $T<<T_D$ (квантовая область),— пропорциональна кубу термодинамической температуры: $C_V \sim T^3$. В данном случае T_D — характеристическая температура Дебая, определяемая соотношением $kT_D=h\omega_D$ где ω_D — предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Таким образом, теория Дебая объяснила расхождение опытных и теоретических (вычисленных на основе классической теории) значений теплоемкости твердых тел.

2. В основе зонной теории лежит так называемое адиабатическое приближение. Квантово-механическая система разделяется на тяжелые и легкие частицы — ядра и электроны. Поскольку массы и скорости этих частиц значительно различаются, можно считать, что движение электронов происходит в поле неподвижных ядер, а медленно движущиеся ядра находятся в усредненном поле всех электронов. Считая, что ядра в узлах кристаллической решетки неподвижны, движение электрона рассматривается в *постоянном периодическом поле ядер.*

Далее используется приближение самосогласованного поля. Взаимодействие данного электрона со всеми другими электронами заменяется действием на него стационарного электрического поля, обладающего периодичностью кристаллической решетки. Это поле создается усредненным в пространстве зарядом всех других электронов и всех ядер. Таким образом, в рамках зонной теории многоэлектронная задача сводится к задаче о движении одного электрона во внешнем периодическом поле — усредненном и согласованном поле всех ядер и электронов.

Энергия внешних электронов может принимать значения в пределах закрашенных на рис. 313 областей, называемых разрешенными энергетическими зонами. Каждая разрешенная зона «вмещает» в себя столько близлежащих дискретных уровней, сколько атомов содержит кристалл: чем больше в кристалле атомов, тем теснее расположены уровни в зоне. Расстояние между соседними энергетическими уровнями в зоне составляет приблизительно 10^{-22}эВ. Так как оно столь ничтожно, то зоны можно считать практически непрерывными, однако факт конечного числа уровней в зоне играет важную роль для распределения электронов по состояниям.

Разрешенные энергетические зоны разделены зонами запрещенных значений энергии, называемыми запрещенными энергетическими зонами. В запрещенных зонах электроны находиться не могут.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тезисы лекций разработаны в соответствии с действующей программой курса физики для будущих инженеров, специалистов технического профиля. Небольшой объем книги достигнут с помощью тщательного отбора и лаконичного изложения материала.

Систематическое изложение физических основ классической механики, основ молекулярной физики и термодинамики, электростатики, законов электростатики, постоянного электрического тока и магнетизма существенно облегчат самостоятельную подготовку студента к занятиям, выполнению заданий текущего, рубежного и итогового контроля.

В пособии нет громоздких выкладок, математический аппарат понятен и лаконичен. Приведены контрольные вопросы, которые помогут студенту уяснить уровень владения знаниями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики: в 5 кн.; Астрель: АСТ, 2005. – М., 1 кн, 2 кн, 3 кн.
2. Детлаф А.А. Курс физики. – М.: ACADEMIA, 2008. – 720 с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: ACADEMIA, 2007. – 558 с.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. Теория, задачи, решения. – М.: ACADEMIA, 2004. – 250 с.
5. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007 – 416 с.
6. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. – М.: Оникс 21 век, 2005. – 384 с.
7. Волькенштейн В.С. Сборник задач по курсу физики. – СПб.: Книжный мир, 2007. – 328 с.
8. Пономаренко Е.В. Физика: Уч. пособие. – Шымкент: ЮКГУ им. М.Ауэзова, 2012. – 176 с.
9. Трофимова Т.И. Краткий курс физики. – М. :Высшая школа, 2004. – 352 с.
10. Савельев И.В. Курс физики: в 3 т.; Наука. – М., АСТ, 2004. – 472 с.
11. Иродов И.Е. Квантовая физика. – М.: Бином: Лаборатория знаний, 2007. – 256 с.
12. Федосеев В.Б. Физика: учебник для студентов технических вузов. – Ростов на Дону : ФЕНИКС, 2009. – 669 с.
13. Демидченко В.И. Физика: учебник для вузов. – Ростов на Дону: ФЕНИКС, 2008. – 508 с.
14. Гладской В.М. Физика: сборник задач с решениями. – М.: Дрофа, 2004. – 288 с.
15. Пономаренко Е.В. Физика: факты, гипотезы, закономерности. – Программа для ЭВМ – электронная книга. – Шымкент: ЮКГУ им. М.Ауэзова, 2013.
16. Пул Ч. Справочное руководство по физике: Фундаментальные концепции, основные уравнения и формулы. – М.: Мир, 2001. – 461 с.
17. Картина мира современной физики (http://nrc.edu.ru/est/r2/index.html).
18. Справочник-тренажер: решение задач по физике (http://shat.ee.saog.ac.ru/T-phisD).
19. Компьютерные модели в изучении физики (http://nwcit.aanet.ru/chirtsov/txtl.html).
20. Журнал «Квант» (http://kvant.mccme.ru/).
21. Интерактивный калькулятор измерений http://www.convert-me.com/ru
22. Каталог ссылок на ресурсы по физике http://www.ivanovo.ac.ru/phys
23. Бесплатные обучающие программы по физике http://www.history.ru/freeph.htm
24. Анимации физических процессов http://physics.nad.ru/
25. Физика: коллекция опытов http://experiment.edu.ru
26. Задачи по физике: задачник "Кванта" http://kvant.mccme.ru/rub/7B.htm

27. Современная физика в задачах http://www.nsu.ru/materials/ssl/text/metodics/ivanov.html
28. Компьютерные лаборатории http://www.krev.com
29. Оптика: образовательный сервер http://optics.ifmo.ru/
30. Дифракция света http://www.kg.ru/diffraction//
31. Изотопы http://library.istu.edu/hoe/books/isotope.pdf
32. Безопасная радиация http://www.csu.ru/r_safety/
33. Ядерная физика http://nuclphys.sinp.msu.ru/
34. Все о современных лазерах http://www.eurolase.ru/

Елена Валерьевна Пономаренко

Сборник тезисов лекций по дисциплине «Физика 2» для студентов специальностей 5В073100 - Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды, 5В070800 – Нефтегазовое дело, 5В071200 – Машиностроение, 5В072400 – Технологические машины и оборудование (по отраслям), 5В073200 - Стандартизация, сертификация и метрология (по отраслям)

Подписано в печать _____

Формат бумаги $X^{x}Y$ 1/16

Бумага типографская. Печать офсетная. Объем 5 п.л.
Тираж 50 экз. Заказ №_____

© Издание Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауэзова

Издательский центр ЮКГУ им. М.Ауэзова, г. Шымкент,
пр. Тауке хана, 5